



МАТЕМАТИКА 3

Презентација предмета

Шта се учи на Математици **3**?

Обичне диференцијалне једначине

Системи диференцијалних једначина

Основе комплексне анализе

Лапласова трансформација

Диференцијалне једначине

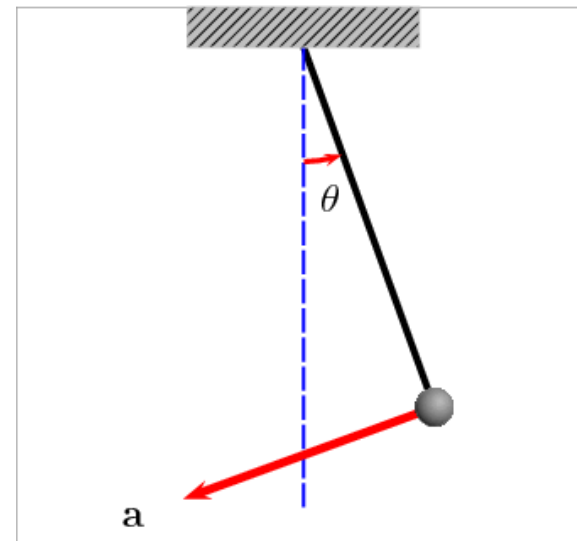
- + Диференцијалне једначине се користе у скоро свим научним дисциплинама јер се њима моделују разни процеси и промене које се дешавају у простору или времену.
- + Користе се од физике, астрономије и инжењерства, преко економије и финансија, до медицине, биологије и хемије. Има их и у друштвеним наукама попут социологије!

Диференцијалне једначине

- + Ово су само једначине у којима се појављују изводи!
- + Описују многе физичке појаве око нас

Пример: Једначина испод описује кретање клатна као на слици десно.

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \sin \theta = 0$$

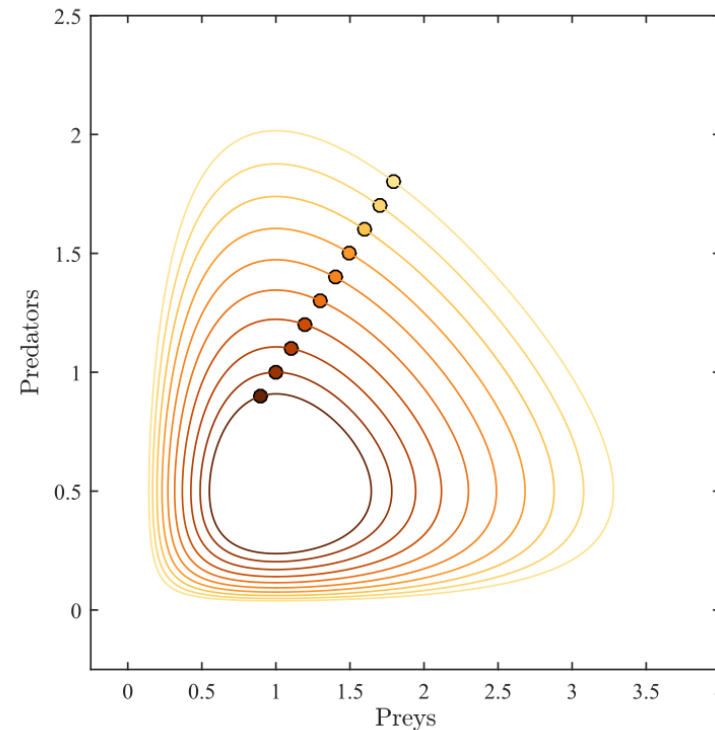


Системи диференцијалних једначина

Наставак приче, само са више непознатих функција!

Пример: Моделовање промене популација грабљивице и плена се описује једначином:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \alpha x - \beta xy, \\ \frac{dy}{dt} &= \delta xy - \gamma y,\end{aligned}$$

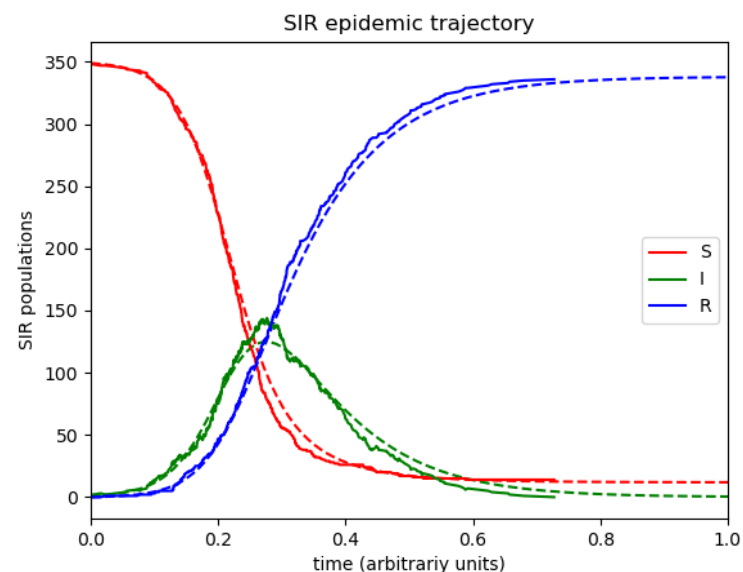


Системи диференцијалних једначина

Познати SIR модел се користи за прогнозу развоја епидемије неке болести, и описује се системом диференцијалних једначина

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N}, \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I, \end{cases}$$

S - susceptible
I - infected
R - recovered



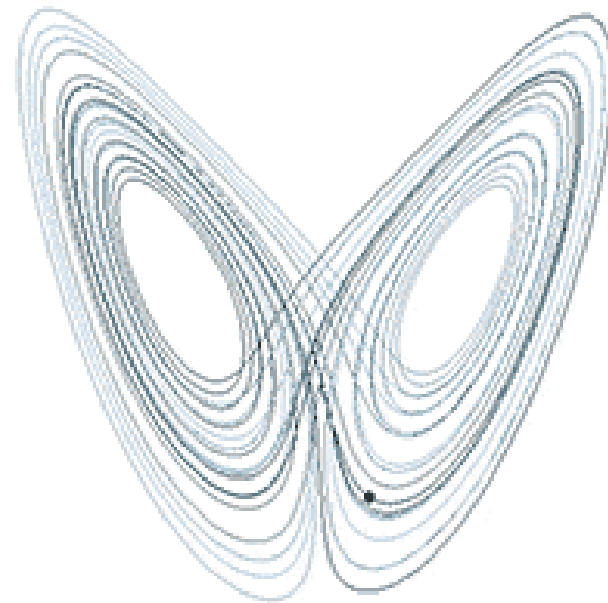
Системи диференцијалних једначина

И познати "*butterfly effect*"
је описан преко система
диференцијалних једначина

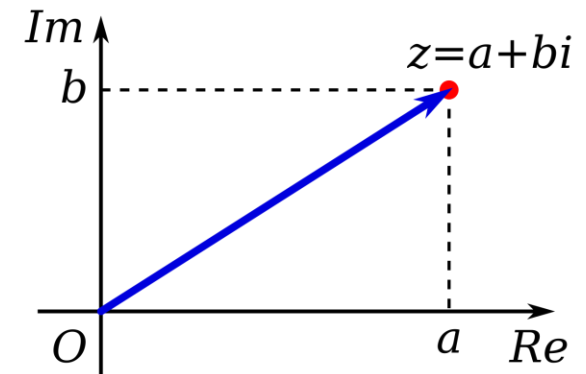
$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x),$$

$$\frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y,$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - \beta z.$$



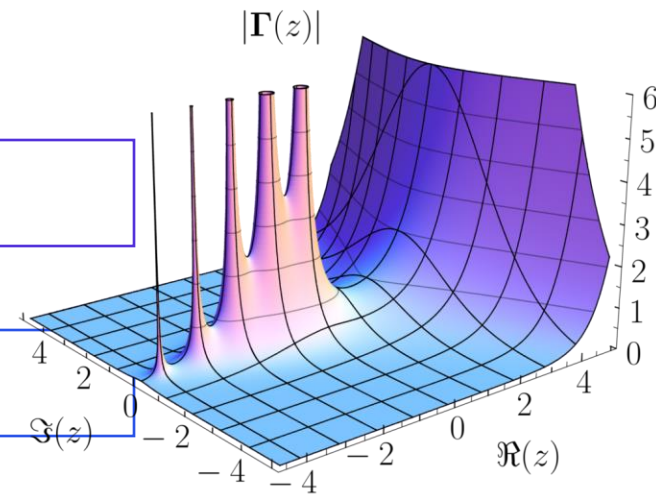
Комплексна анализа



Комплексни бројеви

Комплексне функције

Интеграли комплексне функције



$$\oint_{\gamma} f(z) dz = 2\pi i \sum \text{Res}(f, a_k)$$

Комплексна анализа

- + Нешто ново ћемо научити о функцијама које смо знали од раније.
- + Научићемо да рачунамо неке интеграле на један нов и елегантан начин.
- + Иако комплексни бројеви звуче као апстрактан концепт, заправо су због своје практичности толико популарни. Многе ствари постају једноставније када се причају језиком комплексне анализе!

Комплексна анализа

- + Један од најпознатијих још увек нерешених проблема у математици је потврђивање тачности Риманове хипотезе по којој тзв. Риманова зета функција има нетривијалне нуле само у комплексним бројевима чији је реални део једнак $1/2$.
- + Ове је један од неколико Миленијумских проблема и награда за његово решење је милионска!

Лапласова трансформација

- + Једна од најпознатијих трансформација у математици:

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt.$$

- + **Незаобилазна** у инжењерству! Једна од основних примена је у обради сигнала, а та знања су касније примењива у обради слика, звука, дубоког учења итд.

Лапласова трансформација

- + Нама ће требати за нов и потпуно неочекиван приступ решавању диференцијалних једначина. Лапласовом трансформацијом ћемо компликовану једначину трансформисати у тривијалну, а инверзном Лапласовом трансформацијом ћемо из решења те једноставне једначине добите решење почетне.
- + Представља **непходно** знање за Теорију система на трећој години!