M A T E M A T I K A 1

Grupa: I Datum: 24.11.2016.

Ime, prezime i broj indeksa: ____________________________

Z A D A C I :

1. (8 poena) Ako je $\mathbf{A} = \{x \mid x \in \mathbf{R} \ \wedge \ -1 < x < 1\}$ i operacija $*$ definisana kao $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$, za $x, y \in \mathbf{A}$, ispitati da li je $(\mathbf{A}, *)$ Abelova grupa.

2. (8 poena) U zavisnosti od realnih parametara p i q diskutovati i rešiti sistem lineranih jednačina:

$$\begin{array}{rcrcrcr} -2x & + & y & - & 6z & = & -1 \\ x & - & 2y & + & 4z & = & 0 \\ 2x & - & 7y & + & (p+14)z & = & -1 \\ -x & + & 11y & + & (q-10)z & = & p+7 \end{array}$$

3. (9 poena) Date su ravni $\alpha : x + y = 0$ i $\beta : 2x + 4y - z + 5 = 0$.

a) Ispitati međusobni položaj ravnih α i β. Ukoliko se seku, odrediti njihov presek i ugao između njih, u suprotnom oderediti rastojanje između njih.

b) Ravni γ i β su simetrične u odnosu na α. Odrediti jednačinu ravni γ.

M A T E M A T I K A 1

Grupa: II Datum: 24.11.2016.

Ime, prezime i broj indeksa: ______________________________

Z A D A C I :

1. (8 poena) Ako je

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} x & y & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix} \mid x, y \in \mathbf{R} \ \wedge x \neq 0 \right\}$$

i operacija $*$ množenje matrica, ispitati da li je $(S, *)$ grupa. Da li je $(S, *)$ Abelova grupa?

2. (8 poena) Neka su dati vektori $a = (2, 3, p)$, $p \in \mathbf{R}$, $b = (-1, -2, 4)$, $c = (1, -3, 1)$ u vektorskom prostoru $V = (\mathbf{R}^3, \mathbf{R}, +, \cdot)$.

a) Za $p = 3$ ispitati da li dati vektori čine bazu vektorskog prostora V. Ukoliko čine odrediti koordinate vektora $(11, 1, -13)$ u toj bazi, u suprotnom predstaviti vektor a kao lineranu kombinaciju preostala dva vektora.

b) Odrediti sve vrednosti realnog parametra p za koje vektori a, b i c čine bazu datog vektorskog prostora.

3. (9 poena) Date su prava $p : x = t + 2, y = -2t + 1, z = -t + 3, t \in \mathbf{R}$, ravan $\alpha : 2x - y - 2z - 3 = 0$ i tačka $A(2, 2, 0)$.

a) Ispitati međusobni položaj prave p i ravni α. Ukoliko su paralelne odrediti rastojanje između njih, u suprotnom njihov presek.

b) Odrediti jednačinu prave koja sadrži tačku A, paralelna je sa α i seče p.