
презиме и име студента

број индекса

1. Нека је $\mathcal{A} = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ и $*$ бинарна операција дефинисана као:

$$a * b = ab - a - b + 2,$$

за све $a, b \in \mathcal{A}$. Испитати да ли је $(\mathcal{A}, *)$ група. Да ли је дата операција комутативна?

2. У зависности од реалних параметара a и b дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{aligned} 3x + 4y + 5z + 2u &= 3 \\ x - 20y - 9z - 6u &= -11 \\ 4x + by + 4z + u &= a \\ 2x + 8y + 6z + 3u &= 5. \end{aligned}$$

3. Дате су функције $f(x) = \ln(1 + 3x)$, $g(x) = \sin 2x$ и $h(x) = \operatorname{arctg} x$.

а) Апроксимирати дате три функције Маклореновим полиномима степена 3.

б) Израчунати

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3h(x) + \frac{9}{2}x^2}{g(x) - 2x}.$$

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{2x}{1 - \ln x}.$$

презиме и име студента

број индекса

1. Нека су дате су матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ и $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Решити матричну једначину

$$(X - 3E)^{-1} = \frac{1}{12}AM.$$

2. Дате су равни $\alpha : 4x - y + 3z - 1 = 0$ и $\beta : x - 5y - z - 2 = 0$.

а) Испитати међусобни положај равних α и β .

б) Ако су дате равни паралелне одредити растојање између њих, у супротном одредити једначину равни која садржи координатни почетак и пресек равних α и β .

3. Дате су функције $f(x) = \ln(1 + \sin x^2)$ и $g(x) = \cos 4x$.

а) Апроксимирати дате две функције Маклореновим полиномима степена 4.

б) Одредити вредност реалног параметра α , ако постоји, за који је функција

$$h(x) = \begin{cases} \frac{8f(x) - g(x) + 1 - 16x^2}{x^4}, & x \neq 0 \\ \alpha, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна на \mathbb{R} .

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2} - x + 1.$$

презиме и име студента

број индекса

1. У зависности од реалних параметара a и b дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{array}{rcccccccl} x & - & 4y & + & 11z & + & 2u & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & + & u & = & b - 4 \\ 3x & - & 3y & + & 14z & + & (a+1)u & = & 8. \end{array}$$

2. Дате су праве $p: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$ и $q: \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-9}{1}$.

а) Доказати да се праве p и q секу и одредити једначину равни која их садржи.

б) Одредити координате тачке B из равни $\beta: x - y + z - 2 = 0$ која је најближа пресечној тачки правих p и q .

3. Одредити тачке нагомилавања низа чији је општи члан дат са

$$a_n = (-1)^n \left(\frac{n^2 + 2n + 1}{n^2 + 2n - 5} \right)^{3n^2 - 1} + \frac{((-1)^n + 2)n \cos \frac{n\pi}{2} + 2}{n + 3}.$$

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-6}}.$$

презиме и име студента

број индекса

1. Нека је $\mathcal{M} = (5, +\infty)$ и $*$ бинарна операција дефинисана као:

$$x * y = xy - 5x - 5y + 30,$$

за све $x, y \in \mathcal{M}$. Испитати да ли је $(\mathcal{M}, *)$ група. Да ли је дата операција комутативна?

2. Дате су раван $\alpha : 2x + 5y - 3z - 4 = 0$, права $p : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-3}{1}$ и тачка $A(-1, -4, 4)$.

а) Испитати међусобни положај равни α и праве p .

б) Одредити тачку A' симетричну тачки A у односу на раван α .

3. Дате су функције $f(x) = \sqrt{1 + \sin x^2}$ и $g(x) = \cos 2x$.

а) Апроксимирати дате две функције Маклореновим полиномима степена 4.

б) Одредити вредност реалног параметра β , ако постоји, за који је функција

$$h(x) = \begin{cases} \frac{4f(x) + g(x) - 5}{x^4}, & x \neq 0 \\ \beta, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна на \mathbb{R} .

4. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = x + 1 - \sqrt{x^2 - x - 2}.$$