ФОН

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

<table>
<tr><td>Радна недеља</td><td colspan="2">Тематска целина</td><td>Циљ</td></tr>
<tr><td rowspan="3">9</td><td colspan="2">Полиномска интерполација</td><td>Упознавање са и овладавање проблема полиномске интерполације</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Тематска јединица</td><td>Општи задатак интерполације</td><td>Студент ће бити упознат са општим задатком интерполације са нагласком на решавање практичних проблема</td></tr>
<tr><td>Лагранжов интерполациони полином</td><td>Студент ће бити способан да изведе Лагранжов интерполациони полином, као и да га примени на решавање конкретних проблема.</td></tr>
</table>

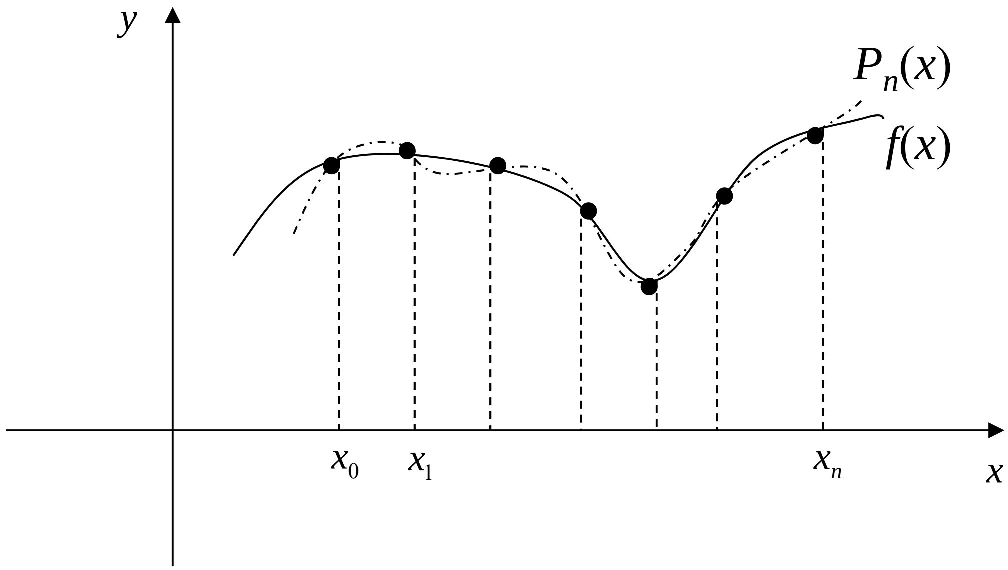
Радна недеља	Тематска јединица	ЦИЉ УЧЕЊА
9	Општи задатак интерполације	Студент ће бити упознат са општим задатком интерполације са нагласком на решавање практичних проблема
9	Лагранжов интерполациони полином	Студент ће бити способан да изведе Лагранжов интерполациони полином, као и да га примени на решавање конкретних проблема.

НАСТАВНИ МЕТОД:
Предавање

Opšti zadatak interpolacije

$$f:[a,b]\to \mathbf{R}$$

x	x_0	x_1	...	x_n
y	y_0	y_1	...	y_n



Interpolacioni polinom: $P_n(x)=a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n$

Interpolacioni zahtevi: $P_n(x_k)=y_k; \quad k=0,1,\dots,n.$

$$a_0+a_1x_0+\cdots+a_nx_0^n=y_0$$
$$\vdots$$
$$a_0+a_1x_n+\cdots+a_nx_n^n=y_n$$

Opšti zadatak interpolacije; Lagranžov interpolacioni polinom

$$\begin{vmatrix} 1 & x_0 & \cdots & x_0^n \\ 1 & x_1 & \cdots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_n & \cdots & x_n^n \end{vmatrix} = \prod_{i>j} (x_i - x_j) \neq 0$$ (Van der Mondeova determinanta)

Greška interpolacije: $R_n(x) = f(x) - P_n(x), \quad x \in [a,b]$

Interpolacioni polinomi:

- za neekvidistantne čvorove

- za ekvidistantne čvorove

6.2. LAGRANŽOV INTERPOLACIONI POLINOM

$$P_n(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + \cdots + y_n L_n(x)$$

$L_k(x)$ - polinom stepena ne većeg od n sa osobinom $L_k(x_j) = \delta_{kj} = \begin{cases} 1, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases}$

$$\Rightarrow \; L_k(x) = A_k \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^{n} (x - x_i)$$

Lagranžov interpolacioni polinom

$$L_0(x) = A_0(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)$$
$$L_1(x) = A_1(x-x_0)(x-x_2)\dots(x-x_n)$$
$$\vdots$$
$$L_n(x) = A_n(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})$$

$$L_k(x_k) = 1 \Rightarrow A_k = \frac{1}{(x_k - x_0)\ \dots\ (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\ \dots\ (x_k - x_n)}, \qquad k = 0,1,\dots,n,$$

$$L_k(x) = \prod_{\substack{i=0\\ i\neq k}}^{n} \frac{x - x_i}{x_k - x_i} = \frac{\omega_{n+1}(x)}{\left(x - x_k\right)\prod_{\substack{i=0\\ i\neq k}}^{n}\left(x_k - x_i\right)}$$

$$\omega_{n+1}(x) = \left(x - x_0\right)\left(x - x_1\right)\dots\left(x - x_n\right)$$

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} y_k L_k(x) = \sum_{k=0}^{n} y_k \left(\prod_{\substack{i=0\\ i\neq k}}^{n} \frac{x - x_i}{x_k - x_i}\right) = \omega_{nm}(x) \sum_{k=0}^{n} \frac{y_k}{\left(x - x_k\right)\prod_{\substack{i=0\\ i\neq k}}^{n}\left(x_k - x_i\right)}$$

Opšti zadatak interpolacije; Lagranžov interpolacioni polinom

ПИТАЊА:

1. Шта је основни задатак интерполације?
2. Каква је улога интерполационих полинома?
3. Колико иима интерполационих полинома степена не већег од n кроз датих $n+1$ тачака?
4. Која је основна подела интерполационих полинома?
5. Извести формулу за Лагранжов интерполациони полином.

ФОН

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА