

презиме и име студента

број индекса

број поена на  
I колоквијуму

1. (20 поена) Нека је  $\varrho$  бинарна релација дефинисана на скупу  $S \subseteq \mathbb{Z}$  тако да за све  $x \in S \setminus \{0\}$  важи

$$x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} \frac{y}{x} \in [0, 1],$$

а ако  $0 \in S$  тада је  $0 \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} y^2 \leq 0$ .

- а) Да ли је  $\varrho$  релација поретка на скупу  $\mathbb{Z}$ ? Ако јесте, одредити минималне и максималне елементе. Да ли је  $\varrho$  релација тоталног поретка? Да ли је решетка?
- б) Да ли је  $\varrho$  релација еквиваленције на скупу  $\mathbb{N}$ ? Ако јесте, одредити све класе еквиваленције?
- в) Да ли је  $\varrho$  релација поретка на скупу  $S = \{0, 2, 3, 5, 7\}$ ? Ако јесте, нацртати Хасеов дијаграм и одредити најмањи и највећи елемент скупа  $S$ . Да ли је  $\varrho$  релација тоталног поретка? Да ли је решетка?

2. (30 поена) Неоријентисан граф  $G = (V, E)$  је задат својом матрицом суседства  $A$ :

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

- а) Нацртати граф  $G$  и одредити степене свих чворова. Да ли је  $G$  бипартитан? Да ли је  $G$  повезан?
- б) Написати листе суседства  $l_v$ , матрицу растојања  $D$  и матрицу инциденције чворова и грана  $R$ .
- в) Да ли граф  $G$  има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
- г) Одредити матрице  $A^2$  и  $A^3$ . Колико има путева дужине 2, односно 3, од чвора 2 до чвора 5, односно од чвора 3 до чвора 6? Навести све такве путеве.

3. (20 поена) У следећој табели су дате фреквенције појављивања неких симбола:

симбол	а	ж	и	ј	л	р	ћ	ц
фреквенција	40	15	27	29	24	32	21	20

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (унутрашње чворове према редоследу добијања означити са  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$ ) и одредити одговарајући Хафманов код.
- б) Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Колика је висина добијеног стабла? Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стриктно бинарно? Да ли је потпуно бинарно?
- в) Одредити редослед обилазака чворова при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
- г) Кодирати реч „Ћирилица“. Да ли је код 111000110 исправан?

4. (30 поена)

- а) Одредити коначан аутомат  $A_1$  који препознаје све речи које почињу са  $bbaa$  и коначан аутомат  $A_2$  који препознаје све речи које завршавају са  $aba$ .
- б) Одредити коначан аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат  $A_2$ .
- в) Одредити коначан аутомат који препознаје све непразне речи које препознаје аутомат  $A_1$  и аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан? Ако није, оптимизовати га.
- г) Одредити регуларну граматику  $G = (N, T, \Pi, \sigma^*)$  која одговара добијеном оптималном аутомату.

презиме и име студента

број индекса

број поена на  
I колоквијуму

1. (20 поена) Нека је  $\varrho$  бинарна релација дефинисана на скупу  $S \subseteq \mathbb{Z}$  тако да за све  $x, y \in S$  важи

$$x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x^3 - y^3 \text{ је дељиво са } 5.$$

- а) Да ли је  $\varrho$  релација поретка на скупу  $\mathbb{Z}$ ? Ако јесте, одредити најмањи и највећи елемент. Да ли је  $\varrho$  релација тоталног поретка? Да ли је решетка?
- б) Да ли је  $\varrho$  релација еквиваленције на скупу  $\mathbb{Z}$ ? Ако јесте, одредити све класе еквиваленције?
- в) Да ли је  $\varrho$  релација поретка на скупу  $S = \{-3, -2, 0, 1, 4\}$ ? Ако јесте, нацртати Хасеов дијаграм и одредити минималне и максималне елементе. Да ли је  $\varrho$  релација тоталног поретка? Да ли је решетка?

2. (30 поена) Оријентисан граф  $G = (V, E)$  је задат својим листама суседства:

$$\ell_1 = \{1, 2\}, \quad \ell_2 = \ell_3 = \{6\}, \quad \ell_4 = \{3, 5\}, \quad \ell_5 = \{4\}, \quad \ell_6 = \{1, 4\}.$$

- а) Нацртати граф  $G$  и одредити улазне и излазне степене свих чворова. Да ли је  $G$  бипартитан?
- б) Написати матрицу суседства  $A$ , матрицу растојања  $D$  и матрицу инциденције чворова и грана  $S$ .
- в) Да ли граф  $G$  има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
- г) Одредити матрице  $A^2$  и  $A^3$ . Колико има путева дужине 2, односно 3, од чвора 2 до чвора 1, односно од чвора 6 до чвора 6? Навести све такве путеве.

3. (20 поена) У следећој табели су дате фреквенције појављивања неких симбола:

симбол	а	е	и	ј	м	о	т	х
фреквенција	35	32	27	21	24	29	20	16

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло  $T$  (унутрашње чворове према редоследу добијања означити са  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$ ) и одредити одговарајући Хафманов код.
- б) Одредити ниво сваког листа у стаблу  $T$ . Колика је висина добијеног стабла? Да ли је стабло  $T$  балансирано? Да ли је стриктно бинарно? Да ли је потпуно бинарно?
- в) Одредити редослед обилазака чворова при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
- г) Кодирати реч „Метохија“. Да ли је код 011100001 исправан?

4. (30 поена)

- а) Одредити коначан аутомат  $A_1$  који препознаје све речи које садрже  $bbba$  и коначан аутомат  $A_2$  који препознаје све речи које имају паран број слова  $a$ .
- б) Одредити коначан аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат  $A_1$ .
- в) Одредити коначан аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат  $A_1$  или аутомат  $A_2$ . Да ли је такав аутомат оптималан? Ако није, оптимизовати га.
- г) Одредити регуларну граматику  $G = (N, T, \Pi, \sigma^*)$  која одговара добијеном оптималном аутомату.