

Презиме и име студента

бр. индекса

1. (25 поена) Дата је скуповна формула F :

$$A \cap (B \cup C) \subseteq (B \cup D) \setminus (C \setminus D).$$

а) Представити F као исказну формулу.

б) Испитати да ли је добијена исказна формула таутологија (да ли је скуповна формула F увек тачна).

в) За добијену исказну формулу одредити СКНФ, минималну КНФ и једну ДНФ, а за исказну формулу која одговара левој страни формуле F одредити СДНФ, минималну ДНФ и једну КНФ.

2. (25 поена) Нека је ϱ бинарна релација дефинисана на скупу свих речи \mathcal{R} (реч је коначан низ абecedних слова, укључујући и празну реч ε) тако да за све $x, y \in \mathcal{R}$ важи

$$x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x = y \text{ или је реч } x \text{ садржана у речи } y.$$

а) Да ли је ϱ релација еквиваленције и/или поретка на скупу \mathcal{R} ? Ако је ϱ релација еквиваленције, одредити све класе еквиваленције. Ако је ϱ релација поретка, испитати да ли је релација тоталног поретка и да ли је решетка?

б) Да ли је ϱ релација поретка на скупу $S = \{a, b, ja, as, jasna, basna\} \subset \mathcal{R}$. Ако јесте, нацртати Хасеов дијаграм и одредити минималне, максималне, најмање и највеће елементе скупа S .

3. (25 поена) Оријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својом матрицом растојања D и низом излазних степена својих чворова $d^+(v)$:

$$D = \begin{array}{c} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \left\| \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 1 & \infty & \infty \\ 2 & 0 & 1 & 3 & \infty & \infty \\ 1 & 2 & 0 & 2 & \infty & \infty \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \infty & \infty \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 0 & \infty \\ 3 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right\| \begin{array}{c} d^+(v) \\ 3 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{array} \end{array}$$

а) Нацртати граф G . Колико граф G има петљи? Да ли је граф G бипартитан?

б) Написати листе суседства ℓ_v , матрицу суседства A и матрицу инциденције чворова и грана S . Одредити улазне степене свих чворова.

в) Да ли граф G има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.

г) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3, од чвора 1 до чвора 1, односно од чвора 2 до чвора 4? Навести све такве путеве.

4. (25 поена) Одредити коначан аутомат који препознаје све непразне речи над азбуком $\{a, b\}$ које садрже реч aba и у којима је број појављивања слова a дељив са 3.

а) Да ли је добијени аутомат оптималан? Ако није оптимизовати га.

б) Одредити регуларну граматiku $G = (N, T, \Pi, \sigma^*)$ која одговара добијеном оптималном аутомату.

НАПОМЕНА: Одговоре детаљно образложити.

1.

$a =$
 $b =$
 $c =$
 $d =$

$, \neg a =$
 $, \neg b =$
 $, \neg c =$
 $, \neg d =$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	