

---

Презиме и име студента

---

бр. индекса

1. (25 поена) Дата је скуповна формула  $F$ :

$$A \cap C \subseteq D \wedge A \setminus B \subseteq B \Leftrightarrow A \setminus B = \emptyset.$$

а) Представити  $F$  као исказну формулу.

б) Испитати да ли је добијена исказна формула таутологија (да ли је скуповна формула  $F$  увек тачна).

в) За исказну формулу која одговара скуповној формули  $A \cap C \subseteq D$  одредити СКНФ, минималну КНФ и једну ДНФ, а за исказну формулу која одговара изразу  $A \setminus B$  одредити СДНФ, минималну ДНФ и једну КНФ.

2. (20 поена) Нека је  $\varrho$  бинарна релација дефинисана на скупу  $S \subseteq \mathbb{Z}$  тако да за све  $y \in S \setminus \{0\}$  важи

$$x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} \frac{x}{y} \in [0, 1],$$

а ако  $0 \in S$  тада је  $x \varrho 0 \stackrel{\text{деф}}{\iff} x = 0$ .

а) Да ли је  $\varrho$  релација еквиваленције и/или поретка на скупу  $\mathbb{Z}$ ? Ако је  $\varrho$  релација еквиваленције, одредити све класе еквиваленције. Ако је  $\varrho$  релација поретка, испитати да ли је релација тоталног поретка и да ли је решетка?

б) Да ли је  $\varrho$  релација поретка на скупу  $S = \{-5, -1, 1, 3, 5\} \subset \mathbb{Z}$ . Ако јесте, нацртати Хасеов дијаграм и одредити минималне, максималне, најмање и највеће елементе скупа  $S$ .

3. (25 поена) Оријентисан граф  $G = (V, E)$  је задат скупом чворова и грана:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{и} \quad E = \{(1, 2), (1, 4), (2, 4), (4, 1), (4, 4), (4, 6), (5, 1), (6, 5)\}.$$

а) Нацртати граф  $G$ . Колико граф  $G$  има петљи? Да ли је граф  $G$  бипартитан?

б) Написати листе суседства  $\ell_v$ , матрицу суседства  $A$ , матрицу растојања  $D$  и матрицу инциденције чворова и грана  $S$ . Одредити улазне и излазне степене свих чворова.

в) Да ли граф  $G$  има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.

г) Одредити матрице  $A^2$  и  $A^3$ . Колико има путева дужине 2, односно 3, од чвора 1 до чвора 4, односно од чвора 2 до чвора 3? Навести све такве путеве.

4. (25 поена) Одредити коначан аутомат који препознаје све непразне речи над азбуком  $\{a, b\}$  које садрже реч  $bab$  или у којима је број појављивања слова  $b$  дељив са 3.

а) Да ли је добијени аутомат оптималан? Ако није оптимизовати га.

б) Одредити регуларну граматiku  $G = (N, T, \Pi, \sigma^*)$  која одговара добијеном оптималном аутомату.

**НАПОМЕНА:** Одговоре детаљно образложити.

1.

$a =$   
 $b =$   
 $c =$   
 $d =$

$, \neg a =$   
 $, \neg b =$   
 $, \neg c =$   
 $, \neg d =$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	