

Границне вредности ФВП

Доказати да је

$$1. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$$

$$2. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin^3 x - \sin^3 y}{x^2 - |xy| + y^2} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 + y - 2y^2}{x^2 + 2y^2} = -1$$

Израчунати

$$4. \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 + 2xy - 3y^2}{x^2 - y^3}$$
 Решење: $4/3$

$$5. \lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sin(xy)}{y}$$
 Решење: 2

$$6. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1 + x^2 y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$$
 Решење: 1

$$7. \lim_{(x,y) \rightarrow (3,0)} (1 + x^2 y)^{\frac{1}{xy + y^2}}$$
 Решење: e^3

Непрекидност ФВП

Доказати да је функција непрекидна у тачки $(0, 0)$

$$1. f : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} y, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$2. f : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$3. f : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2 y - xy^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Прираштаји и парцијални изводи првог реда ФВП

1. Одредити totalни и парцијалне прираштаје функције $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ у тачки $(0, 0, 0)$.

2. Испитати непрекидност функције $f(x, y) = x^2 \sqrt{y}$ у тачки $(0, 0)$ као и постојање и непрекидност њених парцијалних извода у тој тачки.

Израчунати парцијалне изводе функције

$$3. \ f(x, y) = (y - 1)^{x+1}$$

$$4. \ f(x, y) = \cos \frac{x^2 + y^2}{x^3 + y^3}$$

$$5. \ f(x, y) = e^{-xy^2}$$

$$6. \ f(x, y) = \frac{\sin y}{\cos x}$$

$$7. \ f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^3 - z^4}$$

$$8. \ f(x, y, z) = \ln(x^3 y^2 z)$$

$$9. \ f(x, y, z) = \cos(xz - xy + yz)$$

$$10. \ f(x, y, z) = xyz e^{x+y^2-z}$$

Литература

- [1] Д. Ђорић, Р. Лазовић, Ђ. Јованов, *Матеметика 2, збирка задатака и примери колоквијума*, Факултет организационих наука, Београд, 2008.
- [2] Д. Ђорић, *Матеметика 2, решени примери са испита и колоквијума*, Факултет организационих наука, Београд, 2014.
- [3] М. Стојановић, О. Михић, *Матеметика 2*, Факултет организационих наука, Београд, 2013.