

A

II колоквијум из Математике 1

A

17. јануар 2008.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (30 поена) Дат је низ (a_n) преко формуле општег члана $a_n = \sqrt{n^2 + 2n - 1} - n$.

а) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

б) Да ли је низ (a_n) конвергентан?

в) Да ли је низ (a_n) монотон?

г) Да ли је низ (a_n) ограничен?

2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = \begin{cases} \frac{e^{4x} - 2 \ln(1 + 2x) - 12x^2 - 1}{x^3}, & x \neq 0 \\ \frac{16}{3}, & x = 0 \end{cases}$.

а) Одредити Маклоренове полиноме трећег степена функција e^{4x} и $\ln(1 + 2x)$.

б) Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

в) Да ли је функција $g(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$?

3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1}$.

Б

II колоквијум из Математике 1

Б

17. јануар 2008.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (30 поена) Дат је низ (a_n) преко формуле општег члана $a_n = \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1}$.

а) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

б) Да ли је низ (a_n) конвергентан?

в) Да ли је низ (a_n) монотон?

г) Да ли је низ (a_n) ограничен?

2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = \begin{cases} 2, & x = 0 \\ \frac{1 - e^{-2x} - \sin 2x + 2x^2}{x^3}, & x \neq 0 \end{cases}$.

а) Одредити Маклоренове полиноме трећег степена функција e^{-2x} и $\sin 2x$.

б) Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

в) Да ли је функција $g(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$?

3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$.

Г

II колоквијум из Математике 1

Г

17. јануар 2008.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (30 поена) Дат је низ (a_n) преко формуле општег члана $a_n = \sqrt{n^2 + 7n - 6} - \sqrt{n^2 + 3n + 1}$.
- а) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- б) Да ли је низ (a_n) конвергентан?
- в) Да ли је низ (a_n) монотон?
- г) Да ли је низ (a_n) ограничен?
2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = \sqrt{1 + 2 \sin x}$.
- а) Одредити диференцијал dg .
- б) Одредити Маклоренов полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$.
- в) Проверити да ли важи следећа релација: $g(x) \approx 1 + x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ ($x \approx 0$).
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x - 1)e^{2x}$.

Д

II колоквијум из Математике 1

Д

17. јануар 2008.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (30 поена) Дат је низ (a_n) преко формуле општег члана $a_n = \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 7n + 12}$.
- а) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- б) Да ли је низ (a_n) конвергентан?
- в) Да ли је низ (a_n) монотон?
- г) Да ли је низ (a_n) ограничен?
2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = \ln(1 + \sin x)$.
- а) Одредити диференцијал dg .
- б) Одредити Маклоренов полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$.
- в) Проверити да ли важи следећа релација: $g(x) \approx x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$ ($x \approx 0$).
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 + 6x - 7}{2 - x}$.

К

II колоквијум из Математике 1

К

17. јануар 2008.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (30 поена) Низ (a_n) је дат са $a_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$.

- а) Да ли је низ (a_n) монотон?
- б) Да ли је низ (a_n) ограничен?
- в) Да ли је низ (a_n) конвергентан?
- г) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = e^{1 - \cos x}$.

- а) Одредити диференцијал dg .
- б) Одредити Маклоренов полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$.

в) Проверити да ли важи следећа релација: $g(x) \approx 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ ($x \approx 0$).

3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x^2 + 4x + 5)e^{x+1}$.

Л

II колоквијум из Математике 1

Л

17. јануар 2008.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (30 поена) Низ (a_n) је дат са $a_n = \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{2n \cdot (2n+2)}$.

- а) Да ли је низ (a_n) монотон?
- б) Да ли је низ (a_n) ограничен?
- в) Да ли је низ (a_n) конвергентан?
- г) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = \begin{cases} \frac{\cos 2x - 1 + 2x^2}{x^4}, & x \neq 0 \\ K, & x = 0 \end{cases}$.

- а) Одредити Маклоренов полином четвртог степена функција $\cos 2x$.
- б) Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.
- в) У зависности од параметра K испитати да ли је функција $g(x)$ непрекидна.

3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln x$.

M

II колоквијум из Математике 1

M

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Низ (a_n) је дат са $a_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} + \frac{1}{2n \cdot (2n+2)}$.		
<p>а) Да ли је низ (a_n) монотон?</p> <p>б) Да ли је низ (a_n) ограничен?</p> <p>в) Да ли је низ (a_n) конвергентан?</p> <p>г) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.</p>		
2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = (3-x) \cdot e^{x+2}$.		
<p>а) Одредити диференцијал dg.</p> <p>б) Одредити Тejлоров полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$ у околини тачке $x = -2$.</p> <p>в) Апроксимирати функцију $g(x)$ Тejлоровим полиномом трећег степена у околини тачке $x = -2$.</p>		
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x \cdot \ln^2 x$.		

H

II колоквијум из Математике 1

H

17. јануар 2008.

презиме и име студента	број индекса	број поена на I колоквијуму (од 100)
1. (30 поена) Низ (a_n) је дат са $a_n = \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 7} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3) \cdot (4n+1)} + \frac{1}{(4n-1) \cdot (4n+3)}$.		
<p>а) Да ли је низ (a_n) монотон?</p> <p>б) Да ли је низ (a_n) ограничен?</p> <p>в) Да ли је низ (a_n) конвергентан?</p> <p>г) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.</p>		
2. (30 поена) Дата је функција $g(x) = (x+3) \cdot e^{1-x}$.		
<p>а) Одредити диференцијал dg.</p> <p>б) Одредити Тejлоров полином трећег степена $T_3(x)$ функције $g(x)$ у околини тачке $x = 1$.</p> <p>в) Апроксимирати функцију $g(x)$ Тejлоровим полиномом трећег степена у околини тачке $x = 1$.</p>		
3. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x-1)\sqrt{10-x}$.		

5. јануар 2009.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Израчунати граничну вредност

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n+1)(n-2)+3}{n^2} \right)^{4n+5}.$$

2. (20 поена) Дата је функција

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x} + \ln(\cos x) + x - 1}{x^3}, & x \in [-1, 1] \setminus \{0\} \\ a, & x = 0 \end{cases}.$$

За коју вредност параметра a је функција $f(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$?

3. (20 поена) За функцију

$$g: x \mapsto \operatorname{arctg} x.$$

- a) Одредити Тейлоров полином $T_3(x)$ (степена 3) у околини тачке $x = 1$.
б) Написати остатак $g(x) - T_3(x)$ у Лагранжовом облику.

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = (3-x)e^{\frac{1}{x-2}}.$$

Б

II колоквијум из Математике 1

Б

5. јануар 2009.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

- 1.** (20 поена) Израчунати граничну вредност

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n+1)(n+2)-3}{n^2} \right)^{4n-5}.$$

- 2.** (20 поена) Дата је функција

$$f(x) = \begin{cases} \frac{xe^{-x/2} - \sin(\ln(1+x))}{x^3}, & x \in (-1, 1) \setminus \{0\} \\ b, & x = 0 \end{cases}.$$

За коју вредност параметра b је функција $f(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$?

- 3.** (20 поена) За функцију

$$g: x \mapsto \ln(x + \sqrt{1 + x^2}).$$

- a) Одредити Маклоренов полином $T_3(x)$ (степена 3).
 б) Написати остатак $g(x) - T_3(x)$ у Лагранжовом облику.

- 4.** (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \ln(x^3 - 3x).$$

Г

II колоквијум из Математике 1

Г

5. јануар 2009.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) чији је општи члан задат са

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 - n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 - n^2 + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 - n^2 + 3n}}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) а) Израчунати

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{cx} - \sqrt{1 + 2cx}}{x^2}, \quad (c \in \mathbb{R}).$$

б) Ако је

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - \sqrt{1 + 4x}}{x^2}, & x \in (-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \setminus \{0\} \\ \gamma, & x = 0 \end{cases}.$$

Одредити вредност параметра γ за коју је функција $f(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$.

3. (20 поена) За функцију

$$g: x \mapsto \arcsin x.$$

- а) Одредити Тейлоров полином $T_3(x)$ (степена 3) у околини тачке $x = \frac{1}{2}$.
б) Написати остатак $g(x) - T_3(x)$ у Лагранжовом облику.

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = (x + 4) \sqrt[3]{x + 1}.$$

Д

II колоквијум из Математике 1

Д

5. јануар 2009.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) чији је општи члан задат са

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + n^2 + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + n^2 + 3n}}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) а) Израчунати

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - \sin(\alpha x) - 1}{x^2}, \quad (\alpha \in \mathbb{R}).$$

б) Ако је

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - \sin(2x) - 1}{x^2}, & x \neq 0 \\ d, & x = 0 \end{cases}.$$

Одредити вредност параметра d за коју је функција $f(x)$ непрекидна у тачки $x = 0$.

3. (20 поена) За функцију

$$g: x \mapsto \ln(\ln x).$$

- а) Одредити Тейлоров полином $T_3(x)$ (степена 3) у околини тачке $x = e$.
б) Написати остатак $g(x) - T_3(x)$ у Лагранжовом облику.

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \frac{3x + 4}{\sqrt{x^2 - 4}}.$$

10. јануар 2011.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) чији је општи члан задат са

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[5]{n^5 - 2n + 2}} + \frac{1}{\sqrt[5]{n^5 - 2n + 3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[5]{n^5 + 3n}}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) Дата је функција

$$f: x \mapsto 2x \cdot e^{\frac{1}{2x}}.$$

- a) Одредити област дефинисаности (домен) D_f ове функције.
б) Испитати понашање функције на рубовима домена D_f (одредити граничне вредности и на основу њих извести закључке везане за асимптоте).

3. (20 поена) Дата је функција

$$g: x \mapsto \ln(\cos 3x - x).$$

- a) Одредити Маклоренов полином $T_3(x)$ (степена 3) функције $g(x)$.
б) Одредити граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) + 5x^2 + x}{x^3}.$$

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \ln \left(\frac{1-x}{x+1} \right).$$

Б

II колоквијум из Математике 1

Б

10. јануар 2011.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) , $n > 2$, чији је општи члан задат са

$$a_n = \left(\frac{n^2 + 2n - 4}{(n-2)(n+2)} \right) \frac{2n^2 + 3}{3n - 2}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) Дата је функција

$$f: x \mapsto \frac{\sqrt{x+1}}{\ln x}.$$

- a) Одредити област дефинисаности (домен) D_f ове функције.
 б) Испитати понашање функције на рубовима домена D_f (одредити граничне вредности и на основу њих извести закључке везане за асимптоте).

3. (20 поена) Дат је полином

$$P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 8x^2 + 12x - 11.$$

- a) Представити полином $P(x)$ по степенима од $(x - 2)$.
 б) Одредити диференцијал $dP(0)$.
 в) Одредити граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P''(x) \cdot \cos 2x}{x^3}.$$

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \frac{e^{-x}}{x-2}.$$

Г

II колоквијум из Математике 1

Г

10. јануар 2011.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) , $n \geq 2$, чији је општи члан задат са

$$a_n = \left(\frac{1 + 2n - n^2}{(1-n)(1+n)} \right) \frac{n^2 + n}{2 + n}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) Дата је функција

$$f: x \mapsto \frac{2x}{\ln 2x}.$$

- a) Одредити област дефинисаности (домен) D_f ове функције.
 б) Испитати понашање функције на рубовима домена D_f (одредити граничне вредности и на основу њих извести закључке везане за асимптоте).

3. (20 поена) Дата је функција

$$g: x \mapsto (x^2 + 1) \cdot \sin(3 - x).$$

- a) Апроксимирати функцију $g(x)$ Тejлоровим полиномом $T_3(x)$ (степена 3) у околини тачке $x = 3$.
 б) Одредити диференцијал dg .
 в) Одредити граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x) + 8x^2 + 2x - 5}{x^3}.$$

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = e^{-x}(1 + x^2).$$

Д

II колоквијум из Математике 1

Д

10. јануар 2011.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) чији је општи члан задат са

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{27n^3 + n}} + \frac{1}{\sqrt[3]{27n^3 + n + 1}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{27n^3 + 3n}}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) Дата је функција

$$f: x \mapsto (x - 1) \cdot e^{\frac{1}{x-3}}.$$

- a) Одредити област дефинисаности (домен) D_f ове функције.
б) Испитати понашање функције на рубовима домена D_f (одредити граничне вредности и на основу њих извести закључке везане за асимптоте).

3. (20 поена) Дата је функција

$$g: x \mapsto \sqrt{1 - \sin(3x)}.$$

- a) Одредити Маклоренов полином $T_3(x)$ (степена 3) функције $g(x)$.
б) Одредити граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{16g(x) + 18x^2 + 24x - 16}{x^3}.$$

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \frac{x+2}{1 - \ln(x+2)}.$$

9. јануар 2012.

презиме и име студента

број индекса

брой поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) , $n \geq 2$, чији је општи члан задат са

$$a_n = \left(\frac{3n^2 - 2n + 3}{3n^2 - 2n - 5} \right) \frac{n^4 - 4}{n^2 + 9}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) Дата је функција

$$f: x \mapsto \frac{x^2}{\ln(x+2) - 1}.$$

- a) Одредити област дефинисаности (домен) D_f ове функције.
 б) Испитати понашање функције на рубовима домена D_f (одредити граничне вредности и на основу њих извести закључке везане за вертикалне, хоризонталне и косе асимптоте).

3. (20 поена) Дата је функција

$$g: x \mapsto \cos 2x - e^x + \ln(1+x).$$

- a) Апроксимирати функцију $g(x)$ Маклореновим полиномом $M_3(x)$ (степена 3).
 б) Одредити вредност параметра β тако да функција

$$h(x) = \begin{cases} \frac{g(x) + 3x^2}{x^3}, & x \neq 0 \\ \beta, & x = 0 \end{cases}$$

буде непрекидна у $x = 0$.

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x-2}}.$$

Б

II колоквијум из Математике 1

Б

9. јануар 2012.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) , $n \geq 1$, чији је општи члан задат са

$$a_n = \left(\frac{5n^2 - 5n + 1}{5n^2 - 5n + 3} \right) \frac{n^3 + 3n + 1}{2n + 3}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) Дата је функција

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}, & x \neq 0 \\ \Gamma, & x = 0. \end{cases}$$

Одредити вредност параметра Γ тако да функција $h(x)$ буде непрекидна у $x = 0$.

3. (20 поена) Дата је функција

$$g: x \mapsto \sqrt{1 + x \sin x} - 1.$$

a) Апроксимирати функцију $g(x)$ Маклореновим полиномом $M_3(x)$ (степена 3).

б) Одредити граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{e^{4x^2} - 1}.$$

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \frac{e^{-x}}{x - 4}.$$

9. јануар 2012.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Дат је низ (a_n) преко формуле општег члана $a_n = \frac{2^n}{n!}$.

- а) Да ли је низ (a_n) монотон?
- б) Да ли је низ (a_n) ограничен?
- в) Да ли је низ (a_n) конвергентан?
- г) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

2. (20 поена) Дата је функција

$$f: x \mapsto \sqrt[3]{x^3 + 5x^2}.$$

- а) Одредити област дефинисаности (домен) D_f ове функције.
- б) Испитати понашање функције на рубовима домена D_f (одредити граничне вредности и на основу њих извести закључке везане за вертикалне, хоризонталне и косе асимптоте).

3. (20 поена) Дата је функција

$$g: x \mapsto \ln(1 + x^2) - \sin 2x.$$

- а) Апроксимирати функцију $g(x)$ Маклореновим полиномом $M_3(x)$ (степена 3).
- б) Одредити вредност параметра D тако да функција

$$h(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - x^2 + 2x}{x^3}, & x \neq 0 \\ D, & x = 0. \end{cases}$$

тако да функција $h(x)$ буде непрекидна на \mathbb{R} .

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \ln^2 x - 6 \ln x + 9.$$

Д

II колоквијум из Математике 1

Д

9. јануар 2012.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) чији је општи члан задат са

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 - 2n + 1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 - 2n + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + 3n + 2}}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) Дата је функција

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2} - \frac{\sin 2x}{x^3}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0. \end{cases}$$

Одредити вредност параметра A тако да функција $h(x)$ буде непрекидна у $x = 0$.

3. (20 поена) Дата је функција

$$g: x \mapsto x^3 + \ln(\cos x) \quad \text{за } x \in (-1, 1).$$

a) Апроксимирати функцију $g(x)$ Маклореновим полиномом $M_3(x)$ (степена 3).

б) Одредити граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 5x)}{\ln(\cos 7x)}.$$

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2}.$$

9. јануар 2012.

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) Испитати конвергенцију низа (a_n) чији је општи члан задат са

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + 2n}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + 2n + 1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + 2n + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + 5n}}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

2. (20 поена) Дата је функција

$$h(x) = \begin{cases} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}, & x \neq 0 \\ E, & x = 0. \end{cases}$$

Одредити вредност параметра E тако да функција $h(x)$ буде непрекидна на \mathbb{R} .

3. (20 поена) Дата је функција

$$g: x \mapsto (x^2 - 2x + 1) \ln x \quad \text{за } x \in (0, +\infty).$$

- a) Апроксимирати функцију $g(x)$ Тejлоровим полиномом $T_3(x)$ (степена 3) у околини тачке $x_0 = 1$.
б) Одредити граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x^3}.$$

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \sqrt{\frac{x}{x+2}}.$$

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) а) Одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n - 1}{3n^2 - 2n + 3} \right)^{2n+1}$ ако постоји.
б) Одредити тачке нагомилавања низа (a_n) чији је општи члан задат са

$$a_n = B \cdot \cos \frac{2n\pi}{3} + \left(\frac{2n^2 + n - 1}{3n^2 - 2n + 3} \right)^{2n+1}.$$

2. (20 поена) а) Одредити Маклоренов полином трећег степена функције $\ln(1 + \sin x)$.

б) Одредити

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x) - x}{\sin x^2}.$$

3. (20 поена) Одредити вредност реалног параметра A за који је функција

$$g(x) = \begin{cases} \left(\frac{2^x + 8^x}{2} \right)^{1/x}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна на \mathbb{R} .

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{e^x}.$$

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму
(од 100)

1. (20 поена) а) Испитати конвергенцију низа (a_n) , $n \geq 2$, чији је општи члан задат са

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[4]{n^8 - 2n^2}} + \frac{1}{\sqrt[4]{n^8 - 2n^2 + 1}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[4]{n^8 + 2n^2}}$$

и одредити граничну вредност $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ако постоји.

- б) Одредити тачке нагомилавања низа (a_n) .

2. (20 поена) а) Развити полином $P(x) = -x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 3x + 3$ по степенима од $(x + 1)$.

- б) Одредити граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{P(x) - 3}{x^4 + 2x^2 - x}.$$

3. (20 поена) Одредити вредност реалног параметра B за који је функција

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3 \operatorname{tg} x - \sin(\sin 3x)}{x^3}, & x \neq 0 \\ B, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна у тачки $x = 0$.

4. (40 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$y(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2}.$$

10. јануар 2014.

презиме и име студента

број индекса

- 1.** (6 поена) а) Испитати монотоност и ограниченост низа (a_n) чији је општи члан дат са:

$$a_n = \frac{1}{2 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 14} + \cdots + \frac{1}{(6n-4)(6n+2)}.$$

- б) Одредити тачке нагомилавања низа (b_n) чији је општи члан дат са:

$$b_n = (-1)^n \cdot a_n + \frac{n^2 \cos \frac{n\pi}{2} + n}{3n^2 + 4}.$$

- 2.** (6 поена) Дате су функције $f(x) = \ln(1 + 2x^2)$ и $g(x) = \sin(2x - x^2)$.

а) Одредити Маклоренове полиноме четвртог степена функција $f(x)$ и $g(x)$.

б) Одредити

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 3g(x) - x(6 - x - 4x^2)}{4x^4}.$$

- 3.** (8 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = (x+3)e^{-\frac{x+1}{x}}.$$

презиме и име студента

број индекса

- 1.** (6 поена) а) Одредити граничну вредност низа (a_n) , $n \geq 2$, чији је општи члан задат са:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[4]{n^4 - 2n}} + \frac{1}{\sqrt[4]{n^4 - 2n + 1}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[4]{n^4 + 3n}},$$

ако постоји.

- б) Одредити тачке нагомилавања низа (b_n) чији је општи члан дат са:

$$b_n = \frac{(-1)^n + 2}{3} \cdot a_n + \frac{n^2 \cos \frac{2n\pi}{3} + 1}{3n^2 - n}.$$

- 2.** (6 поена) Дате су функције $f(x) = \ln(\cos x)$ и $g(x) = e^{-2x^2}$.

а) Одредити Маклоренове полиноме четвртог степена функција $f(x)$ и $g(x)$.

б) Одредити вредност реалног параметра Γ , ако постоји, за који је функција

$$h(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - 4f(x) - 1}{5x^4}, & x \neq 0 \\ \Gamma, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна у тачки $x = 0$.

- 3.** (8 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x(1 - \ln x)}.$$

презиме и име студента

број индекса

1. (6 поена) а) Испитати монотоност и ограниченост низа (a_n) чији је општи члан дат са:

$$a_n = \frac{1}{2 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 10} + \cdots + \frac{1}{(4n-2)(4n+2)}.$$

- б) Одредити тачке нагомилавања низа (b_n) чији је општи члан дат са:

$$b_n = (-1)^n \cdot a_n + \frac{n^2 \sin \frac{n\pi}{2} - 2n}{1 + 8n^2}.$$

2. (6 поена) Дате су функције $f(x) = \cos(x - x^2)$ и $g(x) = 9\sqrt{1 + \frac{2x^4}{3}}$.

а) Одредити Маклоренове полиноме четвртог степена функција $f(x)$ и $g(x)$.

б) Одредити

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - g(x) - x \left(x^2 - \frac{x}{2} \right) + 8}{x^4}.$$

3. (8 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = (x - 5)e^{\frac{1}{x-3}}.$$

презиме и име студента

број индекса

- 1.** (6 поена) а) Одредити граничну вредност низа (a_n) , $n \geq 2$, чији је општи члан задат са:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[6]{n^6 + n + 1}} + \frac{1}{\sqrt[6]{n^6 + n + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[6]{n^6 + 7n}},$$

ако постоји.

- б) Одредити тачке нагомилавања низа (b_n) чији је општи члан дат са:

$$b_n = ((-1)^n + 1) \cdot a_n + \frac{n^2 \sin \frac{2n\pi}{3} - 5}{2n^2 + 3}.$$

- 2.** (6 поена) Дате су функције $f(x) = \cos(\sin x)$ и $g(x) = e^{3x^2}$.

- а) Одредити Маклоренове полиноме четвртог степена функција $f(x)$ и $g(x)$.
б) Одредити вредност реалног параметра Δ , ако постоји, за који је функција

$$h(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - g(x) + \frac{7x^2}{2}}{x^4}, & x \neq 0 \\ \Delta, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна у тачки $x = 0$.

- 3.** (8 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x(\ln x - 2)}{\ln x + 2}.$$

1.

II колоквијум из Математике 1

1.

10. јануар 2015.

презиме и име студентаброј индекса

1. (6 поена) Испитати монотоност и ограниченост низа (a_n) чији је општи члан дат са:

$$a_n = \frac{n^2 + 2}{e^n}.$$

2. (6 поена) Нека је $f(x) = x^2 \ln(x+2)$, $g(x) = \sqrt[3]{\cos x}$ и $h(x) = \ln(1+x^2)$.**a)** Одредити Тейлоров полином трећег степена функције $f(x)$ у околини тачке $x_0 = 1$ и Маклоренове полиноме четвртог степена функција $g(x)$ и $h(x)$.**б)** Одредити

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - h(x) - 1 + \frac{7}{6}x^2}{5x^4}.$$

3. (8 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+2}}.$$

презиме и име студента

број индекса

1. (6 поена) Одредити граничну вредност низа (a_n) чији је општи члан дат са:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{27n^3 - n^2 - 3n + 1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{27n^3 - n^2 - 3n + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{27n^3 - n^2 + 3n + 3}},$$

2. (6 поена) Нека је $f(x) = (x^2 - 2x) \cos 2x$, $g(x) = \ln(1 - \sin 2x)$ и $h(x) = e^{3x}$.

- a) Одредити Тейлоров полином трећег степена функције $f(x)$ у околини тачке $x_0 = \pi$ и Маклоренове полиноме трећег степена функција $g(x)$ и $h(x)$.
b) Одредити вредност реалног параметра Γ за који је функција

$$k(x) = \begin{cases} \frac{3g(x) + 2h(x) - 2 - 3x^2}{5x^3}, & x \neq 0 \\ \Gamma, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна у тачки $x = 0$.

3. (8 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \ln(\ln^2 x - \ln x + 1).$$

3.

II колоквијум из Математике 1

3.

10. јануар 2015.

презиме и име студента

број индекса

1. (6 поена) Испитати монотоност и ограниченост низа (a_n) чији је општи члан дат са:

$$a_n = \frac{(n+1)^2 + 1}{5^n}.$$

2. (6 поена) Нека је $f(x) = (x^2 - 2x + 6)e^{2x}$, $g(x) = \sqrt{\cos 2x}$ и $h(x) = e^{x^2}$.

a) Одредити Тейлоров полином трећег степена функције $f(x)$ у околини тачке $x_0 = 1$ и Маклоренове полиноме четвртог степена функција $g(x)$ и $h(x)$.

б) Одредити

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - h(x) + 2x^2}{2x^4}.$$

3. (8 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = (x^2 + x)e^{-\frac{1}{x}}.$$

презиме и име студента

број индекса

- 1.** (6 поена) Одредити тачке нагомилавања низа (a_n) чији је општи члан дат са:

$$a_n = \left(\frac{3n^2 + n - 3}{3n^2 - 2n + 5} \right)^{2n-3} + \frac{n^2 + (-1)^{n+1}n + 4}{((-1)^n + 2)n^2 + 6n - 2}.$$

- 2.** (6 поена) Нека је $f(x) = (x^2 + 3x) \sin 3x$, $g(x) = \sqrt{1+x}$ и $h(x) = \ln(1 + \sin x)$.

- a) Одредити Тейлоров полином трећег степена функције $f(x)$ у околини тачке $x_0 = \pi$ и Маклоренове полиноме трећег степена функција $g(x)$ и $h(x)$.
b) Одредити вредност реалног параметра Δ за који је функција

$$k(x) = \begin{cases} \frac{h(x) - 2g(x) + 2 + \frac{x^2}{4}}{x^3}, & x \neq 0 \\ \Delta, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна у тачки $x = 0$.

- 3.** (8 поена) Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}.$$

M A T E M A T I K A 1

Grupa: I

Datum: 9.1.2016.

Ime, prezime i broj indeksa: _____

Z A D A C I :

1. Odrediti graničnu vrednost niza čiji je opšti član dat sa

$$a_n = \frac{n}{(n+1)^2} + \frac{n}{(n+1)^2 + 1} + \cdots + \frac{n}{(n+3)^2}, \quad n \in \mathbf{N}$$

2. a) Odrediti Maklorenov polinom drugog stepena funkcije $\arccos 2x$.

- b) Odrediti graničnu vrednost

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sqrt{1+x+\sin x} - e^{2x} + x + \frac{5}{2}x^2}$$

3. Ispitati tok i skicirati grafik funkcije

$$f(x) = \frac{2-x^2}{\sqrt{x^2+1}}$$

M A T E M A T I K A 1

Grupa: II

Datum: 9.1.2016.

Ime, prezime i broj indeksa: _____

Z A D A C I :

- Odrediti tačke nagomilavnja niza čiji je opšti član dat sa

$$a_n = \frac{2 + 4n^{-2}}{3 + 6n^{2 \cdot (-1)^n}} + M \cdot \frac{1 + (-1)^n}{2}, \quad n \in \mathbf{N}, \quad M \in \mathbf{R},$$

a zatim odrediti vrednosti realnog parametra M za koje dati niz konvergira, ukoliko postoje.

- a) Odrediti Maklorenov polinom drugog stepena funkcije $\arctg \frac{x-1}{x+1}$.

- Odrediti graničnu vrednost

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\arcsin x} \right)$$

- Ispitati tok i skicirati grafik funkcije

$$f(x) = \frac{\sqrt{2 \ln x - 1}}{x}$$

M A T E M A T I K A 1

Grupa: III

Datum: 9.1.2016.

Ime, prezime i broj indeksa: _____

Z A D A C I :

- Odrediti graničnu vrednost niza čiji je opšti član dat sa

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + 3n^2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + 1}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[3]{(n+1)^3}}, \quad n \in \mathbf{N}$$

- a) Odrediti Tejlorov polinom drugog stepena funkcije $\arcsin 2x$ u okolini tačke $x_0 = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.
b) Odrediti graničnu vrednost

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{8\sqrt{\cos x} + \ln(1 + 2x^2) - 8}$$

- Ispitati tok i skicirati grafik funkcije

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{1-x}}$$

M A T E M A T I K A 1

Grupa: IV

Datum: 9.1.2016.

Ime, prezime i broj indeksa: _____

Z A D A C I :

1. Odrediti tačke nagomilavnja niza čiji je opšti član dat sa

$$a_n = \frac{n^2 \sin \frac{n\pi}{2}}{n^2 + n} + \left(\frac{n^2 + 3n - 1}{n^2 + n} \right)^{2n-5}, \quad n \in \mathbf{N}$$

2. a) Odrediti Tejlorov polinom drugog stepena funkcije $\arctg \frac{x-1}{x+1}$ u okolini tačke $x_0 = 1$.
b) Odrediti graničnu vrednost

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\arcsin x} \right)$$

3. Ispitati tok i skicirati grafik funkcije

$$f(x) = (x+3)e^{-\frac{x+1}{x}}$$