Граничне вредности функције

Нека је $a \in \overline{R}$ тачка нагомилавања скупа D. Функција $f : D \to \mathbb{R}$ има граничну вредност $A \in \overline{R}$ ако за сваку околину V тачке A постоји околина U тачке a, таква да је $f(U \setminus \{a\}) \subset V$.

Нека је $a \in \overline{R}$ тачка нагомилавања скупа D. Функција $f : D \to \mathbb{R}$ има граничну вредност $A \in \overline{R}$ ако за сваку околину V тачке A постоји околина U тачке a, таква да је $f(U \setminus \{a\}) \subset V$. Пишемо:

$$\lim_{x \to a} f(x) = A.$$

Нека је $a \in \overline{R}$ тачка нагомилавања скупа D. Функција $f : D \to \mathbb{R}$ има граничну вредност $A \in \overline{R}$ ако за сваку околину V тачке A постоји околина U тачке a, таква да је $f(U \setminus \{a\}) \subset V$. Пишемо:

$$\lim_{x \to a} f(x) = A.$$

Једна од варијанти дефиниције где су a и A коначне вредности, околина V тзв. ε околина, $V = (A - \varepsilon, A + \varepsilon)$ и $U = (a - \delta, a + \delta)$ је позната и као **„епсилон-делта”** дефиниција граничне вредности:

Нека је $a \in \overline{R}$ тачка нагомилавања скупа D. Функција $f : D \to \mathbb{R}$ има граничну вредност $A \in \overline{R}$ ако за сваку околину V тачке A постоји околина U тачке a, таква да је $f(U \setminus \{a\}) \subset V$. Пишемо:

$$\lim_{x \to a} f(x) = A.$$

Једна од варијанти дефиниције где су a и A коначне вредности, околина V тзв. ε околина, $V = (A - \varepsilon, A + \varepsilon)$ и $U = (a - \delta, a + \delta)$ је позната и као **„епсилон-делта”** дефиниција граничне вредности:

Гранична вредност функције f у тачки a је вредност A уколико је испуњено

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\, 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)$$

Особине граничних вредности

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;

Особине граничних вредности

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;
2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B$;

Особине граничних вредности

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;
2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B$;
3. за $B \neq 0$: $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{A}{B}$.

Особине граничних вредности

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;
2. $\lim_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B$;
3. за $B \neq 0$: $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{A}{B}$.

Неке познате граничне вредности:

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;
2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B$;
3. за $B \neq 0$: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{A}{B}$.

Неке познате граничне вредности:

$$1)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1,$$

Особине граничних вредности

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;
2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B$;
3. за $B \neq 0$: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{A}{B}$.

Неке познате граничне вредности:

$$1)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1, \qquad\qquad 2)\ \lim_{x\to 0}\frac{e^x - 1}{x} = 1,$$

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;
2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B$;
3. за $B \neq 0$: $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{A}{B}$.

Неке познате граничне вредности:

$$1)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \qquad 2)\ \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1,$$

$$3)\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1.$$

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;
2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B$;
3. за $B \neq 0$: $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{A}{B}$.

Неке познате граничне вредности:

$$1)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \qquad 2)\ \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1,$$

$$3)\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1. \qquad 4)\ \lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha,$$

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;
2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B$;
3. за $B \neq 0$: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{A}{B}$.

Неке познате граничне вредности:

$$1)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1, \qquad 2)\ \lim_{x\to 0}\frac{e^x - 1}{x} = 1,$$

$$3)\ \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1. \qquad 4)\ \lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha,$$

$$5)\ \lim_{x\to\infty}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e,$$

Нека су A и B редом граничне вредности функција f и g, кад $x \to a$. Тада важи

1. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = A \pm B$;
2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B$;
3. за $B \neq 0$: $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{A}{B}$.

Неке познате граничне вредности:

$$1)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \qquad 2)\ \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1,$$

$$3)\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1. \qquad 4)\ \lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha,$$

$$5)\ \lim_{x\to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \qquad 6)\ \lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x} = e.$$

Наведимо $\varepsilon - \delta$ дефиницију непрекидности функције у тачку:
Функција $f : D \to \mathbb{R}$ је непрекидна у тачки $a \in D$ ако важи

$$(\forall\varepsilon > 0)(\exists\delta > 0)(\,|x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - f(a)| < \varepsilon).$$

Наведимо $\varepsilon - \delta$ дефиницију непрекидности функције у тачку: Функција $f : D \to \mathbb{R}$ је непрекидна у тачки $a \in D$ ако важи

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\,|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon).$$

Јасно је да ако је f непрекидна у тачки a тада важи

$$\lim_{x \to a} f(a) = f(a).$$

Наведимо $\varepsilon - \delta$ дефиницију непрекидности функције у тачку:
Функција $f : D \to \mathbb{R}$ је непрекидна у тачки $a \in D$ ако важи

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\,|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon).$$

Јасно је да ако је f непрекидна у тачки a тада важи

$$\lim_{x \to a} f(a) = f(a).$$

Функција $f : D \to \mathbb{R}$ је непрекидна на скупу $A \subset D$ ако је непрекидна у свакој тачки тог скупа.

Особине

Ако су функције f и g непрекидне у тачки a, тада су и $f \pm g$ и $f \cdot g$ непрекидне у тачки a.

Особине

Ако су функције f и g непрекидне у тачки a, тада су и $f \pm g$ и $f \cdot g$ непрекидне у тачки a.

Ако су f и g непрекидне у тачки a и важи $g(a) \neq 0$, тада је и функција f/g непрекидна у тачки a.

Особине

Ако су функције f и g непрекидне у тачки a, тада су и $f \pm g$ и $f \cdot g$ непрекидне у тачки a.

Ако су f и g непрекидне у тачки a и важи $g(a) \neq 0$, тада је и функција f/g непрекидна у тачки a.

Ако је функција $f : A \to B \subset \mathbb{R}$ непрекидна у тачки $a \in A$, и ако је функција $g : B \to \mathbb{R}$ непркидна у тачки $b = f(a)$, тада је и функција $g \circ f$ непрекидна у тачки a.

Особине

Ако су функције f и g непрекидне у тачки a, тада су и $f \pm g$ и $f \cdot g$ непрекидне у тачки a.

Ако су f и g непрекидне у тачки a и важи $g(a) \neq 0$, тада је и функција f/g непрекидна у тачки а.

Ако је функција $f : A \to B \subset \mathbb{R}$ непрекидна у тачки $a \in A$, и ако је функција $g : B \to \mathbb{R}$ непркидна у тачки $b = f(a)$, тада је и функција $g \circ f$ непрекидна у тачки a.

Елементарне функције су све функције које добијају коначном применом аритметичких операција и композиција над основим елементарним функцијама (константе, степене, експоненцијалне, логаритамске, тригонометријске и инверзне тригонометријске функције).

Ако су функције f и g непрекидне у тачки a, тада су и $f \pm g$ и $f \cdot g$ непрекидне у тачки a.

Ако су f и g непрекидне у тачки a и важи $g(a) \neq 0$, тада је и функција f/g непрекидна у тачки а.

Ако је функција $f : A \to B \subset \mathbb{R}$ непрекидна у тачки $a \in A$, и ако је функција $g : B \to \mathbb{R}$ непркидна у тачки $b = f(a)$, тада је и функција $g \circ f$ непрекидна у тачки a.

Елементарне функције су све функције које добијају коначном применом аритметичких операција и композиција над основим елементарним функцијама (константе, степене, експоненцијалне, логаритамске, тригонометријске и инверзне тригонометријске функције).

Све елементарне функције су непрекидне у области дефинисаности!

Ако су функције f и g непрекидне у тачки a, тада су и $f \pm g$ и $f \cdot g$ непрекидне у тачки a.

Ако су f и g непрекидне у тачки a и важи $g(a) \neq 0$, тада је и функција f/g непрекидна у тачки а.

Ако је функција $f : A \to B \subset \mathbb{R}$ непрекидна у тачки $a \in A$, и ако је функција $g : B \to \mathbb{R}$ непркидна у тачки $b = f(a)$, тада је и функција $g \circ f$ непрекидна у тачки a.

Елементарне функције су све функције које добијају коначном применом аритметичких операција и композиција над основим елементарним функцијама (константе, степене, експоненцијалне, логаритамске, тригонометријске и инверзне тригонометријске функције).

Све елементарне функције су непрекидне у области дефинисаности!

ПРИМЕР: https://www.desmos.com/calculator/aq3yc1goev