

Факултет организационих наука

Алгебарске структуре

Вукашин Брковић

Алгебарске структуре

Структуре које посматрамо су облика $(A, *)$, где је A неки непразан скуп, и $* : A \times A \rightarrow A$ нека бинарна операција.

Алгебарске структуре

Структуре које посматрамо су облика $(A, *)$, где је A неки непразан скуп, и $* : A \times A \rightarrow A$ нека бинарна операција.

Пример скупа:

Алгебарске структуре

Структуре које посматрамо су облика $(A, *)$, где је A неки непразан скуп, и $* : A \times A \rightarrow A$ нека бинарна операција.

Пример скупа: $\{1, 2, 3\}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}, \mathbb{Q} \dots$

Алгебарске структуре

Структуре које посматрамо су облика $(A, *)$, где је A неки непразан скуп, и $* : A \times A \rightarrow A$ нека бинарна операција.

Пример скупа: $\{1, 2, 3\}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}, \mathbb{Q} \dots$

Пример операције:

Алгебарске структуре

Структуре које посматрамо су облика $(A, *)$, где је A неки непразан скуп, и $* : A \times A \rightarrow A$ нека бинарна операција.

Пример скупа: $\{1, 2, 3\}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}, \mathbb{Q} \dots$

Пример операције: сабирање, множење, одузимање бројева...

Алгебарске структуре

Структуре које посматрамо су облика $(A, *)$, где је A неки непразан скуп, и $* : A \times A \rightarrow A$ нека бинарна операција.

Пример скупа: $\{1, 2, 3\}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}, \mathbb{Q} \dots$

Пример операције: сабирање, множење, одузимање бројева...

НАПОМЕНА: Уместо A и $*$ може бити и било које друго слово или симбол.

Битна својства:

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) \ a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) \ (a * b) * c = a * (b * c)$

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) (a * b) * c = a * (b * c)$
- ❸ **Неутрал:** $(\exists e \in A)(\forall a \in A) a * e = e * a = a$

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) (a * b) * c = a * (b * c)$
- ❸ **Неутрал:** $(\exists e \in A)(\forall a \in A) a * e = e * a = a$

Битни моменти на које треба пазити:

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) (a * b) * c = a * (b * c)$
- ❸ **Неутрал:** $(\exists e \in A)(\forall a \in A) a * e = e * a = a$

Битни моменти на које треба пазити:

- Ако важи $a * e = a$, односно $e * a = a$, онда се ради о десном, односно левом неутралу. Неутрал мора истовремено бити и леви и десни неутрал!

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) (a * b) * c = a * (b * c)$
- ❸ **Неутрал:** $(\exists e \in A)(\forall a \in A) a * e = e * a = a$

Битни моменти на које треба пазити:

- Ако важи $a * e = a$, односно $e * a = a$, онда се ради о десном, односно левом неутралу. Неутрал мора истовремено бити и леви и десни неутрал!
- Неутрал мора припадати скупу!

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) (a * b) * c = a * (b * c)$
- ❸ **Неутрал:** $(\exists e \in A)(\forall a \in A) a * e = e * a = a$

Битни моменти на које треба пазити:

- Ако важи $a * e = a$, односно $e * a = a$, онда се ради о десном, односно левом неутралу. Неутрал мора истовремено бити и леви и десни неутрал!
- Неутрал мора припадати скупу!
- Неутрал, ако постоји, је јединствен!

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) (a * b) * c = a * (b * c)$
- ❸ **Неутрал:** $(\exists e \in A)(\forall a \in A) a * e = e * a = a$

Битни моменти на које треба пазити:

- Ако важи $a * e = a$, односно $e * a = a$, онда се ради о десном, односно левом неутралу. Неутрал мора истовремено бити и леви и десни неутрал!
 - Неутрал мора припадати скупу!
 - Неутрал, ако постоји, је јединствен!
- ❹ **Инверз:** $(\forall a \in A)(\exists \bar{a} \in A) a * \bar{a} = \bar{a} * a = e$

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) (a * b) * c = a * (b * c)$
- ❸ **Неутрал:** $(\exists e \in A)(\forall a \in A) a * e = e * a = a$

Битни моменти на које треба пазити:

- Ако важи $a * e = a$, односно $e * a = a$, онда се ради о десном, односно левом неутралу. Неутрал мора истовремено бити и леви и десни неутрал!
 - Неутрал мора припадати скупу!
 - Неутрал, ако постоји, је јединствен!
- ❹ **Инверз:** $(\forall a \in A)(\exists \bar{a} \in A) a * \bar{a} = \bar{a} * a = e$

Сличан коментар као и за неутрал.

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) (a * b) * c = a * (b * c)$
- ❸ **Неутрал:** $(\exists e \in A)(\forall a \in A) a * e = e * a = a$

Битни моменти на које треба пазити:

- Ако важи $a * e = a$, односно $e * a = a$, онда се ради о десном, односно левом неутралу. Неутрал мора истовремено бити и леви и десни неутрал!
- Неутрал мора припадати скупу!
- Неутрал, ако постоји, је јединствен!
- ❹ **Инверз:** $(\forall a \in A)(\exists \bar{a} \in A) a * \bar{a} = \bar{a} * a = e$

Сличан коментар као и за неутрал.

- ❺ **Комутативност:** $(\forall a, b \in A) a * b = b * a$

Битна својства:

- ❶ **Затвореност:** $(\forall a, b \in A) a * b \in A$
- ❷ **Асоцијативност:** $(\forall a, b, c \in A) (a * b) * c = a * (b * c)$
- ❸ **Неутрал:** $(\exists e \in A)(\forall a \in A) a * e = e * a = a$

Битни моменти на које треба пазити:

- Ако важи $a * e = a$, односно $e * a = a$, онда се ради о десном, односно левом неутралу. Неутрал мора истовремено бити и леви и десни неутрал!
 - Неутрал мора припадати скупу!
 - Неутрал, ако постоји, је јединствен!
- ❹ **Инверз:** $(\forall a \in A)(\exists \bar{a} \in A) a * \bar{a} = \bar{a} * a = e$

Сличан коментар као и за неутрал.

- ❺ **Комутативност:** $(\forall a, b \in A) a * b = b * a$

- Уколико за неку алгебарску структуру важи особина 1° са претходне стране, онда кажемо да је та структура **группоид**.

- Уколико за неку алгебарску структуру важи особина 1° са претходне стране, онда кажемо да је та структура **групоид**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **полугрупа**.

- Уколико за неку алгебарску структуру важи особина 1° са претходне стране, онда кажемо да је та структура **групоид**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **полугрупа**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **моноид**.

- Уколико за неку алгебарску структуру важи особина 1° са претходне стране, онда кажемо да је та структура **групоид**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **полугрупа**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **моноид**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **група**.

- Уколико за неку алгебарску структуру важи особина 1° са претходне стране, онда кажемо да је та структура **группоид**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **полугрупа**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **моноид**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **група**.
- Уколико важи особина 5° кажемо да је структура **комутативна**, па можемо причати о комутативном группоиду/полугрупи/моноиду/групи.

- Уколико за неку алгебарску структуру важи особина 1° са претходне стране, онда кажемо да је та структура **групоид**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **полугрупа**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **моноид**.
- Уколико за неку алгебарску структуру важе особине $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ$ са претходне стране, онда кажемо да је та структура **група**.
- Уколико важи особина 5° кажемо да је структура **комутативна**, па можемо причати о комутативном групоиду/полугрупи/моноиду/групи.
- Комутативна група се зове и **Абеловом** групом.

Примери:

Које су ово структуре:

Примери:

Које су ово структуре:

- $(\mathbb{N}, +)$

Примери:

Које су ово структуре:

- $(\mathbb{N}, +)$
- $(\mathbb{N}, -)$

Примери:

Које су ово структуре:

- $(\mathbb{N}, +)$
- $(\mathbb{N}, -)$
- $(\mathbb{N}_0, +)$

Примери:

Које су ово структуре:

- $(\mathbb{N}, +)$
- $(\mathbb{N}, -)$
- $(\mathbb{N}_0, +)$
- $(\mathbb{Z}, +)$

Примери:

Које су ово структуре:

- $(\mathbb{N}, +)$
- $(\mathbb{N}, -)$
- $(\mathbb{N}_0, +)$
- $(\mathbb{Z}, +)$
- $(\mathbb{R}, +)$

Примери:

Које су ово структуре:

- $(\mathbb{N}, +)$
- $(\mathbb{N}, -)$
- $(\mathbb{N}_0, +)$
- $(\mathbb{Z}, +)$
- $(\mathbb{R}, +)$
- $(\mathbb{R}, \cdot)$