

Факултет организационих наука

Ранг матрице и системи линеарних једнчина

Вукашин Брковић

Елементарне трансформације врста матрице:

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју врста;

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју врста;
- $V_i \mapsto \alpha V_i, \alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју врста;
- $V_i \mapsto \alpha V_i, \alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју врста;
- $V_i \mapsto \alpha V_i, \alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју врста;
- $V_i \mapsto \alpha V_i, \alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Ако се матрица B може добити применом ових трансформација на матрицу A , онда кажемо да су A и B еквивалентне матрице и пишемо $A \sim B$.

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју врста;
- $V_i \mapsto \alpha V_i, \alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Ако се матрица B може добити применом ових трансформација на матрицу A , онда кажемо да су A и B еквивалентне матрице и пишемо $A \sim B$.

Број ненула врста матрице A у *степенастој форми* представља њен **ранг**.

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју врста;
- $V_i \mapsto \alpha V_i, \alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Ако се матрица B може добити применом ових трансформација на матрицу A , онда кажемо да су A и B еквивалентне матрице и пишемо $A \sim B$.

Број ненула врста матрице A у *степенастој форми* представља њен **ранг**. Ранг означавамо са $r(A)$.

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју врста;
- $V_i \mapsto \alpha V_i$, $\alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Ако се матрица B може добити применом ових трансформација на матрицу A , онда кажемо да су A и B еквивалентне матрице и пишемо $A \sim B$.

Број ненула врста матрице A у *степенастој форми* представља њен **ранг**. Ранг означавамо са $r(A)$.

Еквивалентне матрице имају једнак ранг.

Систем линеарних једначина са n непознатих и m једначина:

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right\}$$

Систем лінейних једначина са n непознатих и m једначина:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \right\}$$

Претходни систем у матричном облику:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n .

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n .

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \left| \cdots \begin{array}{c} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{array} \cdots \right|, \quad i = 1, \dots, n.$$

$\uparrow$
 i

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n .

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \left| \cdots \begin{array}{c} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{array} \cdots \right|, \quad i = 1, \dots, n.$$

$\uparrow$
 i

Тада:

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n .

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \left| \cdots \begin{array}{c} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{array} \cdots \right|, \quad i = 1, \dots, n.$$

$\uparrow$
 i

Тада:

❶ $\Delta \neq 0$

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n .

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \left| \cdots \begin{array}{c} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{array} \cdots \right|, \quad i = 1, \dots, n.$$

$\uparrow$
 i

Тада:

- ❶ $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи
- $$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad i = 1, \dots, n;$$

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n .

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \left| \cdots \begin{array}{c} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{array} \cdots \right|, \quad i = 1, \dots, n.$$

$\uparrow$
 i

Тада:

- ❶ $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, i = 1, \dots, n;$
- ❷ $\Delta = 0$ и $(\exists i) \Delta_i \neq 0$

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n .

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \left| \cdots \begin{array}{c} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{array} \cdots \right|, \quad i = 1, \dots, n.$$

$\uparrow$
 i

Тада:

- ❶ $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, i = 1, \dots, n;$
- ❷ $\Delta = 0$ и $(\exists i) \Delta_i \neq 0 \Rightarrow$ систем нема решења;

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n .

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \left| \cdots \begin{array}{c} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{array} \cdots \right|, \quad i = 1, \dots, n.$$

$\uparrow$
 i

Тада:

- ❶ $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, i = 1, \dots, n;$
- ❷ $\Delta = 0$ и $(\exists i) \Delta_i \neq 0 \Rightarrow$ систем нема решења;
- ❸ $\Delta = \Delta_1 = \dots = \Delta_n = 0$

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n .

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \left| \cdots \begin{array}{c} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{array} \cdots \right|, \quad i = 1, \dots, n.$$

$\uparrow$
 i

Тада:

- ❶ $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, i = 1, \dots, n;$
- ❷ $\Delta = 0$ и $(\exists i) \Delta_i \neq 0 \Rightarrow$ систем нема решења;
- ❸ $\Delta = \Delta_1 = \dots = \Delta_n = 0 \Rightarrow$ систем или има бесконачно много решења или нема решења.

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих.

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

❶ $r(A) = r(A_p) = n$

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

- ❶ $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

- ❶ $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;
- ❷ $r(A) = r(A_p) < n$

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

- ❶ $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;
- ❷ $r(A) = r(A_p) < n \Rightarrow$ Систем има бесконачно много решења које зависе од $n - r(A)$ слободних променљивих;

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

- ❶ $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;
- ❷ $r(A) = r(A_p) < n \Rightarrow$ Систем има бесконачно много решења које зависе од $n - r(A)$ слободних променљивих;
- ❸ $r(A) < r(A_p)$

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

- ❶ $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;
- ❷ $r(A) = r(A_p) < n \Rightarrow$ Систем има бесконачно много решења које зависе од $n - r(A)$ слободних променљивих;
- ❸ $r(A) < r(A_p) \Rightarrow$ Систем нема решења.