Матрица димензија $m \times n$ је правоугаона схема од $m \cdot n$ елемената облика

$$A = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Матрица димензија $m \times n$ је правоугаона схема од $m \cdot n$ елемената облика

$$A = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Скуп свих таквих матрица чији су елементи реални бројеви се означава $M_{m\times n}(\mathbb{R})$ или само $M_{m\times n}$.

Матрица димензија $m \times n$ је правоугаона схема од $m \cdot n$ елемената облика

$$A = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Скуп свих таквих матрица чији су елементи реални бројеви се означава $M_{m\times n}(\mathbb{R})$ или само $M_{m\times n}$.

Пример: Ако је $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, тада је $a_{22} = 5$ и $a_{13} = 3$.

Значајне матрице:

Значајне матрице:

1. Квадратна матрица:

Значајне матрице:

1. Квадратна матрица: $m = n$, нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$;

Значајне матрице:

1. Квадратна матрица: $m = n$, нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$;

2. Дијагонална матрица:

Значајне матрице:

1. Квадратна матрица: $m = n$, нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$;
2. Дијагонална матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;

Значајне матрице:

1. Квадратна матрица: $m = n$, нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$;
2. Дијагонална матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;
3. Јединична матрица реда n:

Значајне матрице:

1. Квадратна матрица: $m = n$, нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$;
2. Дијагонална матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;
3. Јединична матрица реда n: нпр. $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

Значајне матрице:

1. Квадратна матрица: $m = n$, нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$;
2. Дијагонална матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;
3. Јединична матрица реда n: нпр. $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;
4. Нула матрица $m \times n$:

Значајне матрице:

1. Квадратна матрица: $m = n$, нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$;
2. Дијагонална матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;
3. Јединична матрица реда n: нпр. $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;
4. Нула матрица $m \times n$: $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{m \times n}$;

5. Троугаона матрица:

Матрице

5. Троугаона матрица:
    1. горње троугаона матрица:

5. Троугаона матрица:
    1. горње троугаона матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;

5. Троугаона матрица:
   1. горње троугаона матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;
   2. доње троугаона матрица:

5. Троугаона матрица:
   1. горње троугаона матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;
   2. доње троугаона матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$.

5. Троугаона матрица:
   1. горње троугаона матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;
   2. доње троугаона матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$.

ПОДСЕЋАЊЕ: Алгебарска структура је била уређени пар који чине неки скуп и операција.

5. Троугаона матрица:
   1. горње троугаона матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$;
   2. доње троугаона матрица: нпр. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$.

ПОДСЕЋАЊЕ: Алгебарска структура је била уређени пар који чине неки скуп и операција.

Већ смо увели скуп матрица $M_{m\times n}$; које су све бинарне операције у оптицају? Које друге операције са матрицама постоје?

Нека су дате матрице $A = [a_{ij}]_{m_1 \times n_1}$, $B = [b_{ij}]_{m_2 \times n_2}$:

Нека су дате матрице $A = [a_{ij}]_{m_1 \times n_1}$, $B = [b_{ij}]_{m_2 \times n_2}$:

- **Сабирање матрица:** $C = A + B$, $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

Нека су дате матрице $A = [a_{ij}]_{m_1 \times n_1}$, $B = [b_{ij}]_{m_2 \times n_2}$:

- **Сабирање матрица:** $C = A + B$, $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

  Слагање димензија: Мора важити $(m_1, n_1) = (m_2, n_2)$!

Нека су дате матрице $A = [a_{ij}]_{m_1 \times n_1}$, $B = [b_{ij}]_{m_2 \times n_2}$:

- **Сабирање матрица:** $C = A + B$, $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

  Слагање димензија: Мора важити $(m_1, n_1) = (m_2, n_2)$!

- **Множење матрица:** $C = A \cdot B \in M_{m_1 \times n_2}$,
  $c_{ij} = \sum_{k=1}^{n_1} a_{ik} \cdot b_{kj}$

Нека су дате матрице $A = [a_{ij}]_{m_1 \times n_1}$, $B = [b_{ij}]_{m_2 \times n_2}$:

- **Сабирање матрица:** $C = A + B$, $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

  Слагање димензија: Мора важити $(m_1, n_1) = (m_2, n_2)$!

- **Множење матрица:** $C = A \cdot B \in M_{m_1 \times n_2}$,

  $$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n_1} a_{ik} \cdot b_{kj}$$

  Слагање димензија: Мора важити $n_1 = m_2$!

Нека су дате матрице $A = [a_{ij}]_{m_1 \times n_1}$, $B = [b_{ij}]_{m_2 \times n_2}$:

- **Сабирање матрица:** $C = A + B$, $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

  Слагање димензија: Мора важити $(m_1, n_1) = (m_2, n_2)$!
- **Множење матрица:** $C = A \cdot B \in M_{m_1 \times n_2}$,
  $c_{ij} = \sum_{k=1}^{n_1} a_{ik} \cdot b_{kj}$

  Слагање димензија: Мора важити $n_1 = m_2$!
- **Множење матрице скаларом (бројем):** $C = \lambda \cdot A$, $c_{ij} = \lambda \cdot a_{ij}$.

Нека су дате матрице $A = [a_{ij}]_{m_1 \times n_1}$, $B = [b_{ij}]_{m_2 \times n_2}$:

- **Сабирање матрица:** $C = A + B$, $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

  Слагање димензија: Мора важити $(m_1, n_1) = (m_2, n_2)$!
- **Множење матрица:** $C = A \cdot B \in M_{m_1 \times n_2}$,
  $c_{ij} = \sum\limits_{k=1}^{n_1} a_{ik} \cdot b_{kj}$

  Слагање димензија: Мора важити $n_1 = m_2$!
- **Множење матрице скаларом (бројем):** $C = \lambda \cdot A$, $c_{ij} = \lambda \cdot a_{ij}$.
- **Транспоновање матрице:** $C = A^T \in M_{n_1 \times m_1}$, $c_{ij} = a_{ji}$.

Особине 1

Особине 1

- $A + B = B + A$

Особине 1

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$

Особине 1

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + A \cdot B$

Особине 1

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + A \cdot B$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

Особине 1

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + A \cdot B$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

Особине 1

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + A \cdot B$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

  Претходни пример нам говори да множење у општем случају није комутативно!!!

Особине 1

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + A \cdot B$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

  Претходни пример нам говори да множење у општем случају није комутативно!!!
- $(A + B)^T = A^T + B^T$

Особине 1

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + A \cdot B$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

  Претходни пример нам говори да множење у општем случају није комутативно!!!
- $(A + B)^T = A^T + B^T$

  $\left(A^T\right)^T = A$

Особине 1

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + A \cdot B$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

  Претходни пример нам говори да множење у општем случају није комутативно!!!
- $(A + B)^T = A^T + B^T$

  $\left(A^T\right)^T = A$

  $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + A \cdot B$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

  Претходни пример нам говори да множење у општем случају није комутативно!!!
- $(A + B)^T = A^T + B^T$

  $\left(A^T\right)^T = A$

  $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$ Обратити пажњу на редослед!

Особине 1

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + A \cdot B$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

  Претходни пример нам говори да множење у општем случају није комутативно!!!
- $(A + B)^T = A^T + B^T$

  $\left(A^T\right)^T = A$

  $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$ Обратити пажњу на редослед!
- $A + O = O + A = A,$

Особине 1

- $A+B=B+A$
- $(A+B)+C=A+(B+C)$
- $A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$

  $(A+B)\cdot C=A\cdot C+A\cdot B$
- $(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$
- $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix},\qquad \begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}$

  Претходни пример нам говори да множење у општем случају није комутативно!!!
- $(A+B)^T=A^T+B^T$

  $\left(A^T\right)^T=A$

  $(A\cdot B)^T=B^T\cdot A^T$ Обратити пажњу на редослед!
- $A+O=O+A=A,\qquad A\cdot I=I\cdot A=A.$

Пример: Уочимо следећу еквиваленцију између система линеарних једначина и такозване матричне једначине:

Пример: Уочимо следећу еквиваленцију између система линеарних једначина и такозване матричне једначине:

$$\left.\begin{array}{r} x+2y=0 \\ 3x+4y=-2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x+2y \\ 3x+4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Пример: Уочимо следећу еквиваленцију између система линеарних једначина и такозване матричне једначине:

$$\left.\begin{matrix} x+2y=0 \\ 3x+4y=-2 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x+2y \\ 3x+4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}}_{B}.$$

Пример: Уочимо следећу еквиваленцију између система линеарних једначина и такозване матричне једначине:

$$\left.\begin{array}{r} x+2y=0 \\ 3x+4y=-2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x+2y \\ 3x+4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}}_{B}.$$

Уколико одредимо X, директно одређујемо и решење система (x, y), и обрнуто.

Пример: Уочимо следећу еквиваленцију између система линеарних једначина и такозване матричне једначине:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 0 \\ 3x + 4y &= -2 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x + 2y \\ 3x + 4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}}_{B}.$$

Уколико одредимо X, директно одређујемо и решење система (x, y), и обрнуто.

Дигресија: Матрична једначина $AX = B$ нас подсећа на стандардну једначину $ax = b$ у скупу реалних бројева, чије је решење $x = \dfrac{b}{a} = a^{-1} \cdot b$, када $a \neq 0$.

Пример: Уочимо следећу еквиваленцију између система линеарних једначина и такозване матричне једначине:

$$\left.\begin{array}{r} x+2y=0 \\ 3x+4y=-2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x+2y \\ 3x+4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}}_{B}.$$

Уколико одредимо X, директно одређујемо и решење система (x, y), и обрнуто.

Дигресија: Матрична једначина $AX = B$ нас подсећа на стандардну једначину $ax = b$ у скупу реалних бројева, чије је решење $x = \dfrac{b}{a} = a^{-1} \cdot b$, када $a \neq 0$.
По аналогији, можемо се понадати да је решење матричне једначине дато са $X = A^{-1} \cdot B$, уз одређена ограничења за A (попут $a \neq 0$), штагод A^{-1} било у свету матрица.

Нека је дата **квадратна** матрица A.

Нека је дата **квадратна** матрица A. Њој ћемо (на неки начин - видите предавања) придружити један реалан **број** који ћемо називати **детерминантом** матрице A и означавати $\det A$ или

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Нека је дата **квадратна** матрица A. Њој ћемо (на неки начин - видите предавања) придружити један реалан **број** који ћемо називати **детерминантом** матрице A и означавати $\det A$ или

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Карактеристични случајеви:

Нека је дата **квадратна** матрица A. Њој ћемо (на неки начин - видите предавања) придружити један реалан **број** који ћемо називати **детерминантом** матрице A и означавати $\det A$ или

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Карактеристични случајеви:

- $n = 1$: $A = [a_{11}] \;\Rightarrow\; \det A = a_{11}$.

Нека је дата **квадратна** матрица A. Њој ћемо (на неки начин - видите предавања) придружити један реалан **број** који ћемо називати **детерминантом** матрице A и означавати $\det A$ или

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Карактеристични случајеви:

- $n = 1$: $A = [a_{11}] \;\Rightarrow\; \det A = a_{11}$.
- $n = 2$: $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \;\Rightarrow\; \det A = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$.

Нека је дата **квадратна** матрица A. Њој ћемо (на неки начин - видите предавања) придружити један реалан **број** који ћемо називати **детерминантом** матрице A и означавати $\det A$ или

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Карактеристични случајеви:

- $n = 1$: $A = [a_{11}] \;\Rightarrow\; \det A = a_{11}$.
- $n = 2$: $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \;\Rightarrow\; \det A = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$.
- $n = 3$: **Сарусово правило.**

Уколико за квадратну матрицу важи $\det A \neq 0$, кажемо да је матрица A **регуларна**.

Инверзна матрица

Уколико за квадратну матрицу важи $\det A \neq 0$, кажемо да је матрица A **регуларна**. Иначе је **сингуларна**.

Уколико за квадратну матрицу важи $\det A \neq 0$, кажемо да је матрица A **регуларна**. Иначе је **сингуларна**.
Уколико је A регуларна матрица, тада постоји јединствена матрица A^{-1} таква да је

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I.$$

Уколико за квадратну матрицу важи $\det A \neq 0$, кажемо да је матрица A **регуларна**. Иначе је **сингуларна**.
Уколико је A регуларна матрица, тада постоји јединствена матрица A^{-1} таква да је

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I.$$

Матрицу A^{-1} називамо инверзном матрицом матрице A.

Уколико за квадратну матрицу важи $\det A \neq 0$, кажемо да је матрица A **регуларна**. Иначе је **сингуларна**.
Уколико је A регуларна матрица, тада постоји јединствена матрица A^{-1} таква да је

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I.$$

Матрицу A^{-1} називамо инверзном матрицом матрице A.
Нека је у матричној једначини $AX = B$, матрица A регуларна. Тада је:

$$AX = B \Leftrightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1}B$$
$$\Leftrightarrow \underbrace{(A^{-1}A)}_{I} \cdot X = A^{-1}B \Leftrightarrow X = A^{-1}B.$$

Решење је заиста $X = A^{-1}B$, а услов који A мора испунити је $\det A \neq 0$. Случај $\det A = 0$ ће бити касније разматран.

Уколико за квадратну матрицу важи $\det A \neq 0$, кажемо да је матрица A **регуларна**. Иначе је **сингуларна**.
Уколико је A регуларна матрица, тада постоји јединствена матрица A^{-1} таква да је

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I.$$

Матрицу A^{-1} називамо инверзном матрицом матрице A.
Нека је у матричној једначини $AX = B$, матрица A регуларна. Тада је:

$$\begin{aligned} AX = B &\Leftrightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1}B \\ &\Leftrightarrow \underbrace{(A^{-1}A)}_{I} \cdot X = A^{-1}B \Leftrightarrow X = A^{-1}B. \end{aligned}$$

Решење је заиста $X = A^{-1}B$, а услов који A мора испунити је $\det A \neq 0$. Случај $\det A = 0$ ће бити касније разматран.

- **Минор** M_{ij} који одговара елементу a_{ij} матрице A је детерминанта матрице која се добија изостављањем i-те врсте и j-те колоне из матрице A;

- **Минор** M_{ij} који одговара елементу a_{ij} матрице A је детерминанта матрице која се добија изостављањем i-те врсте и j-те колоне из матрице A;
- **Кофактор** A_{ij} који одговара елементу a_{ij} матрице A се дефинише као $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$;

- **Минор** M_{ij} који одговара елементу a_{ij} матрице A је детерминанта матрице која се добија изостављањем i-те врсте и j-те колоне из матрице A;
- **Кофактор** A_{ij} који одговара елементу a_{ij} матрице A се дефинише као $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$;
- **Матрица кофактора** која одговара матрици $A = [a_{ij}]_n$ је матрица $\mathsf{cof}\ A = [A_{ij}]_n$.

- **Минор** M_{ij} који одговара елементу a_{ij} матрице A је детерминанта матрице која се добија изостављањем i-те врсте и j-те колоне из матрице A;
- **Кофактор** A_{ij} који одговара елементу a_{ij} матрице A се дефинише као $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$;
- **Матрица кофактора** која одговара матрици $A = [a_{ij}]_n$ је матрица $\mathsf{cof}\ A = [A_{ij}]_n$.
- **Адјунгована матрица** је матрица $\mathsf{adj}\ A = (\mathsf{cof}\ A)^T$

- **Минор** M_{ij} који одговара елементу a_{ij} матрице A је детерминанта матрице која се добија изостављањем i-те врсте и j-те колоне из матрице A;
- **Кофактор** A_{ij} који одговара елементу a_{ij} матрице A се дефинише као $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$;
- **Матрица кофактора** која одговара матрици $A = [a_{ij}]_n$ је матрица $\mathsf{cof}\ A = [A_{ij}]_n$.
- **Адјунгована матрица** је матрица $\mathsf{adj}\ A = (\mathsf{cof}\ A)^T$

Инверзна матрица регуларне матрице се рачуна по формули:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \mathsf{adj}\ A.$$

Особине 2

Још неке особине матрица:

Особине 2

Још неке особине матрица:

- $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$

Особине 2

Још неке особине матрица:

- $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$
- $\left(A^{-1}\right)^{T} = \left(A^{T}\right)^{-1}$

Особине 2

Још неке особине матрица:

- $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$
- $\left(A^{-1}\right)^{T} = \left(A^{T}\right)^{-1}$
- $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

Особине 2

Још неке особине матрица:

- $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$
- $\left(A^{-1}\right)^{T} = \left(A^{T}\right)^{-1}$
- $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ (Редослед!)

Особине 2

Још неке особине матрица:

- $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$
- $\left(A^{-1}\right)^{T} = \left(A^{T}\right)^{-1}$
- $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ (Редослед!)
- $\det (A \cdot B) = \det A \cdot \det B$

Особине 2

Још неке особине матрица:

- $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$
- $\left(A^{-1}\right)^{T} = \left(A^{T}\right)^{-1}$
- $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ (Редослед!)
- $\det\left(A \cdot B\right) = \det A \cdot \det B$
- $\det A^{T} = \det A$

Још неке особине матрица:

- $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$
- $\left(A^{-1}\right)^{T} = \left(A^{T}\right)^{-1}$
- $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ (Редослед!)
- $\det\left(A \cdot B\right) = \det A \cdot \det B$
- $\det A^{T} = \det A$
- У општем случају не важи $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$.

Лапласов развој

За матрице реда већег од 3 не постоји једноставна схема попут Сарусовог правила за рачунање детерминанте.

За матрице реда већег од 3 не постоји једноставна схема попут Сарусовог правила за рачунање детерминанте.

Лапласов развој

За матрице реда већег од 3 не постоји једноставна схема попут Сарусовог правила за рачунање детерминанте.

Лапласов развој

Нека је дата матрица A реда n. Одаберимо произвољну врсту или колону:

За матрице реда већег од 3 не постоји једноставна схема попут Сарусовог правила за рачунање детерминанте.

Лапласов развој

Нека је дата матрица A реда n. Одаберимо произвољну врсту или колону:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

За матрице реда већег од 3 не постоји једноставна схема попут Сарусовог правила за рачунање детерминанте.

Лапласов развој

Нека је дата матрица A реда n. Одаберимо произвољну врсту или колону:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Тада за детерминанту важи:

$$\det A = a_{1i} \cdot A_{1i} + a_{2i} \cdot A_{2i} + \cdots + a_{ni} \cdot A_{ni},$$

где је A_{ki} кофактор који одговара елементу a_{ki}.

Особине детерминанти

1. Ако су сви елементи једне врсте/колоне једнаки нула, онда је детерминанте једнака нули.

Особине детерминанти

1. Ако су сви елементи једне врсте/колоне једнаки нула, онда је детерминанте једнака нули.
2. Ако су две врсте или две колоне пропорционалне, детерминанте је једнака нули.

Особине детерминанти

1. Ако су сви елементи једне врсте/колоне једнаки нула, онда је детерминанте једнака нули.
2. Ако су две врсте или две колоне пропорционалне, детерминанте је једнака нули.
3. Заменом места двеју врста или двеју колона, детерминанта мења само знак.

Особине детерминанти

1. Ако су сви елементи једне врсте/колоне једнаки нула, онда је детерминанте једнака нули.
2. Ако су две врсте или две колоне пропорционалне, детерминанте је једнака нули.
3. Заменом места двеју врста или двеју колона, детерминанта мења само знак.
4. Додавањем једна врсте помножене реалним бројем другој врсти, детерминанта се не мења. Аналогно важи и за колоне.

Особине детерминанти

5. $$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda a_{i1} & \lambda a_{i2} & \cdots & \lambda a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \ \lambda \in \mathbb{R}.$$

5.
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda a_{i1} & \lambda a_{i2} & \cdots & \lambda a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

Аналогно важи и за колоне.

5. $$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda a_{i1} & \lambda a_{i2} & \cdots & \lambda a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

   Аналогно важи и за колоне.

6. Ако је A троугаона матрица, тада је детерминанта једнака производу елемената на главној дијагонали.