Елементарне трансформације врста матрице:

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју колона;

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју колона;
- $V_i \mapsto \alpha V_i$, $\alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;

Ранг

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју колона;
- $V_i \mapsto \alpha V_i$, $\alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Ранг

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју колона;
- $V_i \mapsto \alpha V_i,\ \alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју колона;
- $V_i \mapsto \alpha V_i$, $\alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Ако се матрица B може добити применом ових трансформација на матрицу A, онда кажемо да су A и B еквивалентне матрице и пишемо $A \sim B$.

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју колона;
- $V_i \mapsto \alpha V_i$, $\alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Ако се матрица B може добити применом ових трансформација на матрицу A, онда кажемо да су A и B еквивалентне матрице и пишемо $A \sim B$.

Број ненула врста матрице A у *степенастој форми* представља њен **ранг.**

Ранг

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју колона;
- $V_i \mapsto \alpha V_i$, $\alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Ако се матрица B може добити применом ових трансформација на матрицу A, онда кажемо да су A и B еквивалентне матрице и пишемо $A \sim B$.

Број ненула врста матрице A у *степенастој форми* представља њен **ранг.** Ранг означавамо са $r(A)$.

Елементарне трансформације врста матрице:

- $V_i \leftrightarrow V_j$ - замена места двеју колона;
- $V_i \mapsto \alpha V_i$, $\alpha \neq 0$ - множење врсте ненула бројем;
- $V_i \mapsto V_i + \alpha V_j$ - множење врсте реалним бројем и додавање другој врсти

Аналогно се дефинишу и елементарне трансформације колона.

Ако се матрица B може добити применом ових трансформација на матрицу A, онда кажемо да су A и B еквивалентне матрице и пишемо $A \sim B$.

Број ненула врста матрице A у *степенастој форми* представља њен **ранг.** Ранг означавамо са $r(A)$.

Еквивалентне матрице имају једнак ранг.

Систем линеарних једначина са n непознатих и m једначина:

$$\left.\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_2x_{12} & + & \cdots & + & a_nx_{1n} & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_2x_{22} & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & & & \vdots & & & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right\}$$

Системи линеарних једначина

Систем линеарних једначина са n непознатих и m једначина:

$$\left.\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_2x_{12} & + & \cdots & + & a_nx_{1n} & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_2x_{22} & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & & & \vdots & & & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right\}$$

Претходни систем у матричном облику:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Крамерова метода

Крамерова метода

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n.

Крамерова метода

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n.

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \begin{array}{ccc} & \begin{vmatrix} \cdots & \boxed{\begin{matrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{matrix}} & \cdots \end{vmatrix} & \\ & \begin{matrix} \uparrow \\ i \end{matrix} & \end{array}, \qquad i = 1, ..., n.$$

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n.

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} \cdots & \boxed{\begin{matrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{matrix}} & \cdots \end{vmatrix}, \qquad i = 1, ..., n.$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ i \end{matrix}$$

Тада:

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n.

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc} \cdots & \boxed{\begin{array}{c} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{array}} & \cdots \end{array} \right| \\ \begin{array}{ccc} & \uparrow & \\ & i & \end{array} \end{array}, \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Тада:

1. $\Delta \neq 0$

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n.

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \begin{array}{c} \left| \cdots \boxed{\begin{matrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{matrix}} \cdots \right| \\ \uparrow \\ i \end{array}, \qquad i = 1, ..., n.$$

Тада:

1. $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи $x_i = \dfrac{\Delta_i}{\Delta}$, $i = 1, ..., n$;

Крамерова метода

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n.

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \begin{array}{c} \left| \cdots \boxed{\begin{matrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{matrix}} \cdots \right| \\ \uparrow \\ i \end{array}, \qquad i = 1, ..., n.$$

Тада:

1. $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи $x_i = \dfrac{\Delta_i}{\Delta}$, $i = 1, ..., n$;
2. $\Delta = 0$ и $(\exists i)\, \Delta_i \neq 0$

Крамерова метода

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n.

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} \cdots & \boxed{\begin{matrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{matrix}} & \cdots \end{vmatrix}, \qquad i = 1, ..., n.$$
$$\begin{matrix} \uparrow \\ i \end{matrix}$$

Тада:

1. $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи $x_i = \dfrac{\Delta_i}{\Delta}$, $i = 1, ..., n$;
2. $\Delta = 0$ и $(\exists i)\, \Delta_i \neq 0 \Rightarrow$ систем нема решења;

Крамерова метода

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n.

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \begin{array}{c} \begin{vmatrix} \cdots & \boxed{\begin{matrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{matrix}} & \cdots \end{vmatrix} \\ \uparrow \\ i \end{array}, \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Тада:

1. $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи $x_i = \dfrac{\Delta_i}{\Delta}$, $i = 1, \ldots, n$;
2. $\Delta = 0$ и $(\exists i)\, \Delta_i \neq 0 \Rightarrow$ систем нема решења;
3. $\Delta = \Delta_1 = \cdots = \Delta_n = 0$

Крамерова метода

Нека је дат систем у матричном облику, $Ax = b$, где је A квадратна матрица реда n.

Нека је $\Delta = \det A$ и

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} \cdots & \boxed{\begin{matrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{matrix}} & \cdots \end{vmatrix}, \qquad i = 1, \ldots, n.$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ i \end{array}$$

Тада:

1. $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ постоји јединствено решење система и важи $x_i = \dfrac{\Delta_i}{\Delta}$, $i = 1, \ldots, n$;
2. $\Delta = 0$ и $(\exists i)\, \Delta_i \neq 0 \Rightarrow$ систем нема решења;
3. $\Delta = \Delta_1 = \cdots = \Delta_n = 0 \Rightarrow$ систем или има бесконачно много решења или нема решења.

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих.

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

1. $r(A) = r(A_p) = n$

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

1. $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

1. $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;
2. $r(A) = r(A_p) < n$

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

1. $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;
2. $r(A) = r(A_p) < n \Rightarrow$ Систем има бесконачно много решења које зависе од $n - r(A)$ слободних променљивих;

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

1. $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;
2. $r(A) = r(A_p) < n \Rightarrow$ Систем има бесконачно много решења које зависе од $n - r(A)$ слободних промењљивих;
3. $r(A) < r(A_p)$

Нека је дат систем $Ax = b$ са n непознатих. Дефинишимо проширену матрицу система: $A_p = [A \mid b]$.

На основу вредности $r(A)$ и $r(A_p)$ разликујемо случајеве:

1. $r(A) = r(A_p) = n \Rightarrow$ Систем има јединствено решење;
2. $r(A) = r(A_p) < n \Rightarrow$ Систем има бесконачно много решења које зависе од $n - r(A)$ слободних промењљивих;
3. $r(A) < r(A_p) \Rightarrow$ Систем нема решења.