Векторски простори

Нека је K неко поље, $(V, +)$ једна Абелова група, и нека је $\cdot : K \times V \to V$ пресликавање такво да важи

$$\begin{aligned}\lambda \cdot (u+v) &= \lambda \cdot u + \lambda \cdot v\\ (\lambda+\mu) \cdot v &= \lambda \cdot v + \mu \cdot v,\\ \lambda \cdot (\mu \cdot v) &= (\lambda \cdot \mu) \cdot v,\\ 1 \cdot v &= v.\end{aligned}$$

Нека је K неко поље, $(V, +)$ једна Абелова група, и нека је $\cdot : K \times V \to V$ пресликавање такво да важи

$$\lambda \cdot (u + v) = \lambda \cdot u + \lambda \cdot v$$
$$(\lambda + \mu) \cdot v = \lambda \cdot v + \mu \cdot v,$$
$$\lambda \cdot (\mu \cdot v) = (\lambda \cdot \mu) \cdot v,$$
$$1 \cdot v = v.$$

Уређена четворка $(V, K, +, \cdot)$, се назива **векторски простор** . Елементе скупа V називамо *векторима*, а елементе скупа K *скаларима*.

Скупови V и K могу бити разни: вектори могу бити бројеви, матрице, полиноми итд. а најчешће је случај да су скалари из поља $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$.

Скупови V и K могу бити разни: вектори могу бити бројеви, матрице, полиноми итд. а најчешће је случај да су скалари из поља $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$.
Нас ће највише интересовати случај када је $V = \mathbb{R}^n$, $n \in \mathbb{N}$ и $K = \mathbb{R}$, при чему су операције $+$ и $\cdot$ дефинисане на следећи начин:

Скупови V и K могу бити разни: вектори могу бити бројеви, матрице, полиноми итд. а најчешће је случај да су скалари из поља $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$.
Нас ће највише интересовати случај када је $V = \mathbb{R}^n$, $n \in \mathbb{N}$ и $K = \mathbb{R}$, при чему су операције $+$ и $\cdot$ дефинисане на следећи начин:
Ако је $(x_1, x_2, ..., x_n), (y_1, y_2, ..., y_n) \in \mathbb{R}^n$ и $\alpha \in \mathbb{R}$, тада је

$$(x_1, x_2, ..., x_n) + (y_1, y_2, ..., y_n) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, ..., x_n + y_n),$$
$$\alpha \cdot (x_1, x_2, ..., x_n) = (\alpha x_1, \alpha x_2, ..., \alpha x_n).$$

Нека су дати вектори $v_1, v_2, ..., v_n \in V$. Скуп

$$\mathcal{L}\{v_1, v_2, ..., v_n\} = \{\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_n v_n \mid \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in K\}$$

називамо **линеарним омотачем** вектора $v_1, v_2, ..., v_n$.

Нека су дати вектори $v_1, v_2, ..., v_n \in V$. Скуп

$$\mathcal{L}\{v_1, v_2, ..., v_n\} = \{\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_n v_n \mid \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in K\}$$

називамо **линеарним омотачем** вектора $v_1, v_2, ..., v_n$. Елементи тог скупа се називају *линеарним комбинацијама* вектора $v_1, v_2, ..., v_n$.

Нека су дати вектори $v_1, v_2, ..., v_n \in V$. Скуп

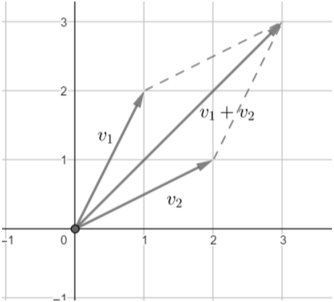
$$\mathcal{L}\{v_1, v_2, ..., v_n\} = \{\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_n v_n \mid \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in K\}$$

називамо **линеарним омотачем** вектора $v_1, v_2, ..., v_n$. Елементи тог скупа се називају *линеарним комбинацијама* вектора $v_1, v_2, ..., v_n$.

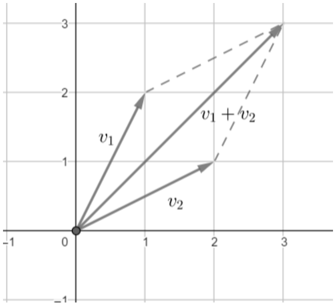
Пример: Посматрајмо векторски простор $(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}, +, \cdot)$ и два вектора, $v_1 = (1, 2)$ и $v_2 = (2, 1)$. Пример две линеарне комбинације ова два вектора:

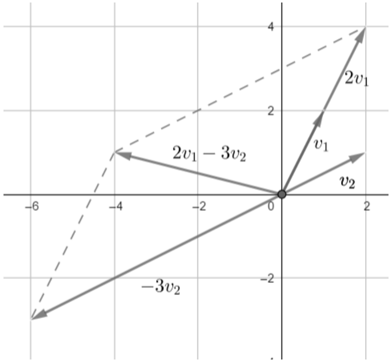
$$v_1 + v_2 = (1, 2) + (2, 1) = (3, 3)$$
$$2v_1 + (-3)v_2 = (2, 4) + (-6, -3) = (-4, 1)$$

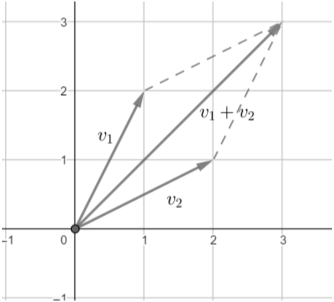
Линеарни омотач

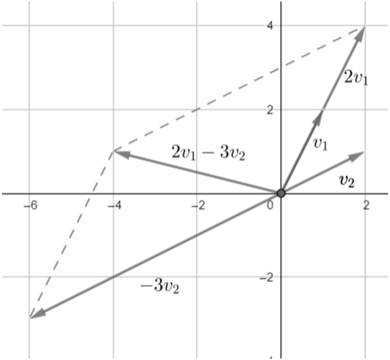


Линеарни омотач





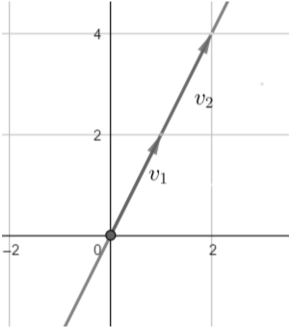




Важи $\mathcal{L}\{v_1, v_2\} = \mathbb{R}^2$, односно скуп $\{v_1, v_2\}$ генерише цео простор $\mathbb{R}^2$, па је то један *генераторни скуп* простора $\mathbb{R}^2$.

Пример: Посматрајмо и даље векторски простор $(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}, +, \cdot)$ и уочимо векторе $v_1 = (1, 2)$ и $v_2 = (2, 4)$.

Пример: Посматрајмо и даље векторски простор $(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}, +, \cdot)$ и уочимо векторе $v_1 = (1, 2)$ и $v_2 = (2, 4)$.



Линеарна зависност

Вектори $v_1, v_2, ..., v_k \in V$ су **линеарно независни** ако важи

$$\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_k v_k = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_k = 0.$$

У супротном, ти вектори су *линеарно зависни.*

Вектори $v_1, v_2, ..., v_k \in V$ су **линеарно независни** ако важи

$$\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_k v_k = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_k = 0.$$

У супротном, ти вектори су *линеарно зависни.*

Максималан број линеарно независних вектора у векторском простору V представља **димензију** тог векторског простора, у ознаци $\dim V$.

Вектори $v_1, v_2, \ldots, v_k \in V$ су **линеарно независни** ако важи

$$\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_k v_k = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_k = 0.$$

У супротном, ти вектори су *линеарно зависни.*

Максималан број линеарно независних вектора у векторском простору V представља **димензију** тог векторског простора, у ознаци $\dim V$.

Ако је $n = \dim V$ и $v_1, v_2, \ldots, v_n$ је n линеарно независних вектора у простору V, тада кажемо да је $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ једна **база** простора V.

Вектори $v_1, v_2, ..., v_k \in V$ су **линеарно независни** ако важи

$$\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_k v_k = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_k = 0.$$

У супротном, ти вектори су *линеарно зависни.*

Максималан број линеарно независних вектора у векторском простору V представља **димензију** тог векторског простора, у ознаци $\dim V$.

Ако је $n = \dim V$ и $v_1, v_2, ..., v_n$ је n линеарно независних вектора у простору V, тада кажемо да је $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ једна **база** простора V.

Ранг матрице је једнак максималном броју њених линеарно независних колона (или броју њених линеарно независних врста).

Наредна тврђења су еквивалентна:

- $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ је база векторског простора V.
- $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ је минимални генераторни скуп V.
- За свако $v \in V$ постоје јединствени $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in K$ такви да је $v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_n v_n$.

Наредна тврђења су еквивалентна:

- $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ је база векторског простора V.
- $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ је минимални генераторни скуп V.
- За свако $v \in V$ постоје јединствени $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in K$ такви да је $v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_n v_n$.

За вредности $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ из последње ставке претходног тврђења кажемо да представљају *координате* вектора v у бази $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$.

Наредна тврђења су еквивалентна:

- $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ је база векторског простора V.
- $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ је минимални генераторни скуп V.
- За свако $v \in V$ постоје јединствени $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in K$ такви да је $v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_n v_n$.

За вредности $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ из последње ставке претходног тврђења кажемо да представљају *координате* вектора v у бази $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$.
За различите базе, исти вектор ће имати различите координате.

Пример: Лако се може проверити да је $\{(1,2),(2,1)\}$ једна база простора $\mathbb{R}^2$.

Пример: Лако се може проверити да је $\{(1,2),(2,1)\}$ једна база простора $\mathbb{R}^2$.
У примеру од раније смо имали да је

$$(-4,1) = 2(1,2) - 3(2,1),$$

односно координате вектора $(-4,1)$ у тој бази су 2 и -3.

Пример: Лако се може проверити да je $\{(1,2),(2,1)\}$ једна база простора $\mathbb{R}^2$.
У примеру од раније смо имали да je

$$(-4,1) = 2(1,2) - 3(2,1),$$

односно координате вектора $(-4,1)$ у тој бази су 2 и -3.
Са друге стране, важи

$$(-4,1) = -4(1,0) + 1(0,1)$$

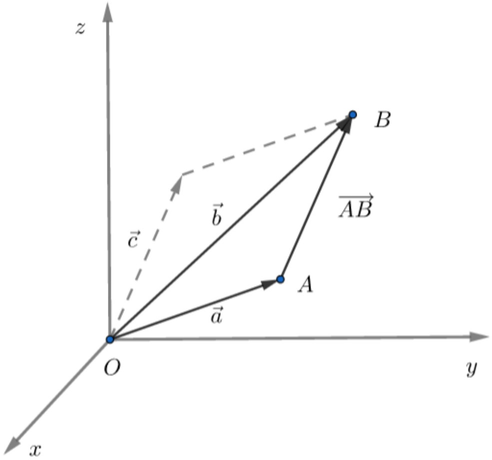
па се ту види да кад год смо раније говорили о координатама, ми смо несвесно мислили на једну конкретну базу (ортонормирана база $\{e_1, e_2\}$, за $e_1 = (1,0)$ и $e_2 = (0,1)$).

Вектори у $\mathbb{R}^3$

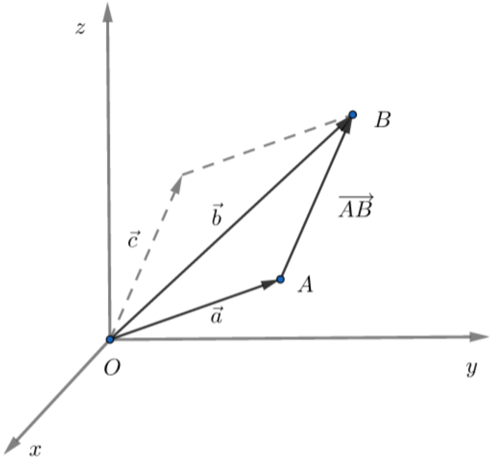
Средња школа: Простор $\mathbb{R}^3$ је описан преко Декартовог координатног система у коме елементе $\mathbb{R}^3$ представљамо као *тачке.*

Вектори у $\mathbb{R}^3$

Средња школа: Простор $\mathbb{R}^3$ је описан преко Декартовог координатног система у коме елементе $\mathbb{R}^3$ представљамо као *тачке.*



Средња школа: Простор $\mathbb{R}^3$ је описан преко Декартовог координатног система у коме елементе $\mathbb{R}^3$ представљамо као *тачке.*



Користимо ознаку $\overrightarrow{a}$ уместо досадашње a.

Користимо ознаку $\overrightarrow{a}$ уместо досадашње a.

За два вектора ћемо рећи да су једнаки ако се један од њих може добити неком транслацијом другог у простору.

Користимо ознаку $\overrightarrow{a}$ уместо досадашње a.

За два вектора ћемо рећи да су једнаки ако се један од њих може добити неком транслацијом другог у простору.

Уместо, нпр. $\overrightarrow{b} = (1, 2, 3)$, пише се и $\overrightarrow{b} = 1i + 2j + 3k$.

Користимо ознаку $\overrightarrow{a}$ уместо досадашње a.

За два вектора ћемо рећи да су једнаки ако се један од њих може добити неком транслацијом другог у простору.

Уместо, нпр. $\overrightarrow{b} = (1, 2, 3)$, пише се и $\overrightarrow{b} = 1i + 2j + 3k$.

Еуклидско растојање између тачака крајева вектора представља **интензитет** тог вектора.

Користимо ознаку $\overrightarrow{a}$ уместо досадашње a.

За два вектора ћемо рећи да су једнаки ако се један од њих може добити неком транслацијом другог у простору.

Уместо, нпр. $\overrightarrow{b} = (1, 2, 3)$, пише се и $\overrightarrow{b} = 1i + 2j + 3k$.

Еуклидско растојање између тачака крајева вектора представља **интензитет** тог вектора.

Пример: Ако су дате тачке $A(1, 1, 1)$ и $B(1, 2, 3)$, тада је

$$|\overrightarrow{AB}| = |(0, 1, 2)| = \sqrt{0^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Скаларни производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *скалар* (број) одређен са

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \cos \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}).$$

Скаларни производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *скалар* (број) одређен са

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \cos \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}).$$

Уколико знамо координате вектора, $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тада се скаларни производ рачуна као $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.

Скаларни производ

Скаларни производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *скалар* (број) одређен са

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\cos\sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}).$$

Уколико знамо координате вектора, $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тада се скаларни производ рачуна као $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.

Угао између два вектора:

$$\cos\sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{b}|}, \quad \text{за} \quad \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \neq \overrightarrow{0}.$$

Скаларни производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *скалар* (број) одређен са

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \cos \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}).$$

Уколико знамо координате вектора, $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тада се скаларни производ рачуна као $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$.

Угао између два вектора:

$$\cos \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{b}|}, \quad \text{за} \quad \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \neq \overrightarrow{0}.$$

Специјални случајеви:

1. $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b}$: Тада је $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{a}| \cos 0 = |\overrightarrow{a}|^2$,

Скаларни производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *скалар* (број) одређен са

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \cos \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}).$$

Уколико знамо координате вектора, $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тада се скаларни производ рачуна као $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.

Угао између два вектора:

$$\cos \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{b}|}, \quad \text{за} \quad \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \neq \overrightarrow{0}.$$

Специјални случајеви:

1. $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b}$: Тада је $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{a}| \cos 0 = |\overrightarrow{a}|^2$,
2. $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$: Тада је $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \cos \frac{\pi}{2} = 0$.

Векторски производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *вектор* $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ такав да важи

Векторски производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *вектор* $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ такав да важи

1. $|\overrightarrow{c}| = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \sin \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$,

Векторски производ

Векторски производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *вектор* $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ такав да важи

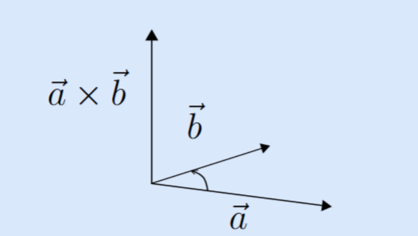
1. $|\overrightarrow{c}| = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \sin \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$,
2. $\overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{b}$,

Векторски производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *вектор* $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ такав да важи

1. $|\overrightarrow{c}| = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \sin \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$,
2. $\overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{b}$,
3. Вектори $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$ чине триједар десне оријентације.

Векторски производ вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ је *вектор* $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ такав да важи

1. $|\overrightarrow{c}| = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\sin\sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$,
2. $\overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{b}$,
3. Вектори $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$ чине триједар десне оријентације.



Ако знамо координате вектора, $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тада се векторски производ рачуна као

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}.$$

Ако знамо координате вектора, $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тада се векторски производ рачуна као

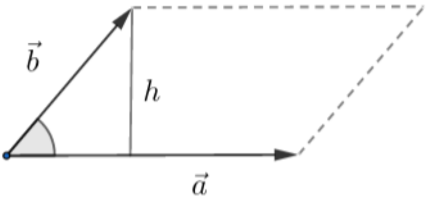
$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}.$$

Нека су $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ два вектора.

Ако знамо координате вектора, $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тада се векторски производ рачуна као

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}.$$

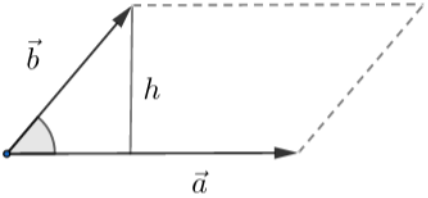
Нека су $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ два вектора.



Ако знамо координате вектора, $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тада се векторски производ рачуна као

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}.$$

Нека су $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ два вектора.



Они одређују један паралелограм чија је површина:

$$P = |\overrightarrow{a}| \cdot h = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \sin \sphericalangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = |\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}|.$$

Мешовити производ вектора $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$ се дефинише као

$$[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}] = \overrightarrow{a} \cdot (\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}).$$

Мешовити производ вектора $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$ се дефинише као

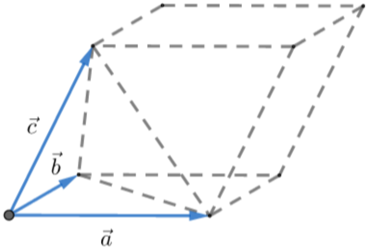
$$[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}] = \overrightarrow{a} \cdot (\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}).$$

Уколико су нам познате координате вектора, $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\overrightarrow{b} = (b_1, b_2, b_3)$ и $\overrightarrow{c} = (c_1, c_2, c_3)$, тада се мешовити производ рачуна као

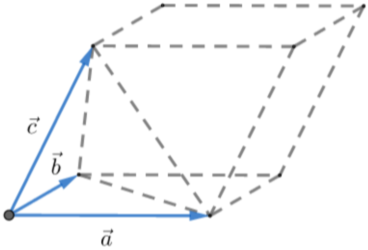
$$[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

Мешовити производ

Нека су дата три вектора, $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$. Они разапињу један паралелопипед, као на слици:



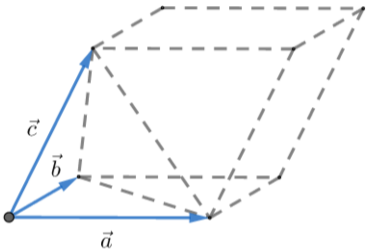
Нека су дата три вектора, $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$. Они разапињу један паралелопипед, као на слици:



За запремину тог паралелопипеда важи

$$V = |[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}]|.$$

Нека су дата три вектора, $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$. Они разапињу један паралелопипед, као на слици:



За запремину тог паралелопипеда важи

$$V = |[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}]|.$$

Ако су $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$ компланарни, тада је $[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}] = 0$.