

НАГРАДНИ ЗАДАЦИ

1 Скупови

1. Доказати да сваки отворен интервал у $\mathbb{R}$ садржи бар један рационалан број.
2. Доказати да за сваки скуп A важи $\emptyset \subset A$.
3. Да ли постоји скуп $X \subset \mathbb{R}$ за који важи $\sup(X) < \inf(X)$?

2 Бијекције

У следећим задацима навести једну 'сликовиту' (очигледну са слике) бијекцију између датих скупова A и B .

4. Скуп A је интервал $[a, b)$, а скуп B је полуправа.
5. Скуп A је интервал (a, b) , а скуп B је права.
6. Скуп A је кружница без једне тачке, а скуп B је права.
7. Скуп A је сфера $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ без једне тачке, B је раван $\mathbb{R}^2$.
8. Скуп A је круг $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$, а скуп B је раван $\mathbb{R}^2$.
9. Доказати да постоји бијекција између интервала $(0, 1)$ и квадрата $(0, 1)^2$.
10. Доказати да постоји бијекција између интервала $(0, 1)$ и коцке $(0, 1)^3$.

3 Пермутације

11. Доказати да у игри '15' из позиције у којој плочице 14 и 15 имају замењена места не може да се добије почетна позиција.

4 Групе

12. Доказати да у коначној групи $(S, *)$ за свако $x \in S$ постоји природан број n такав да је $x^n = e$, где је e јединични елемент те групе.